

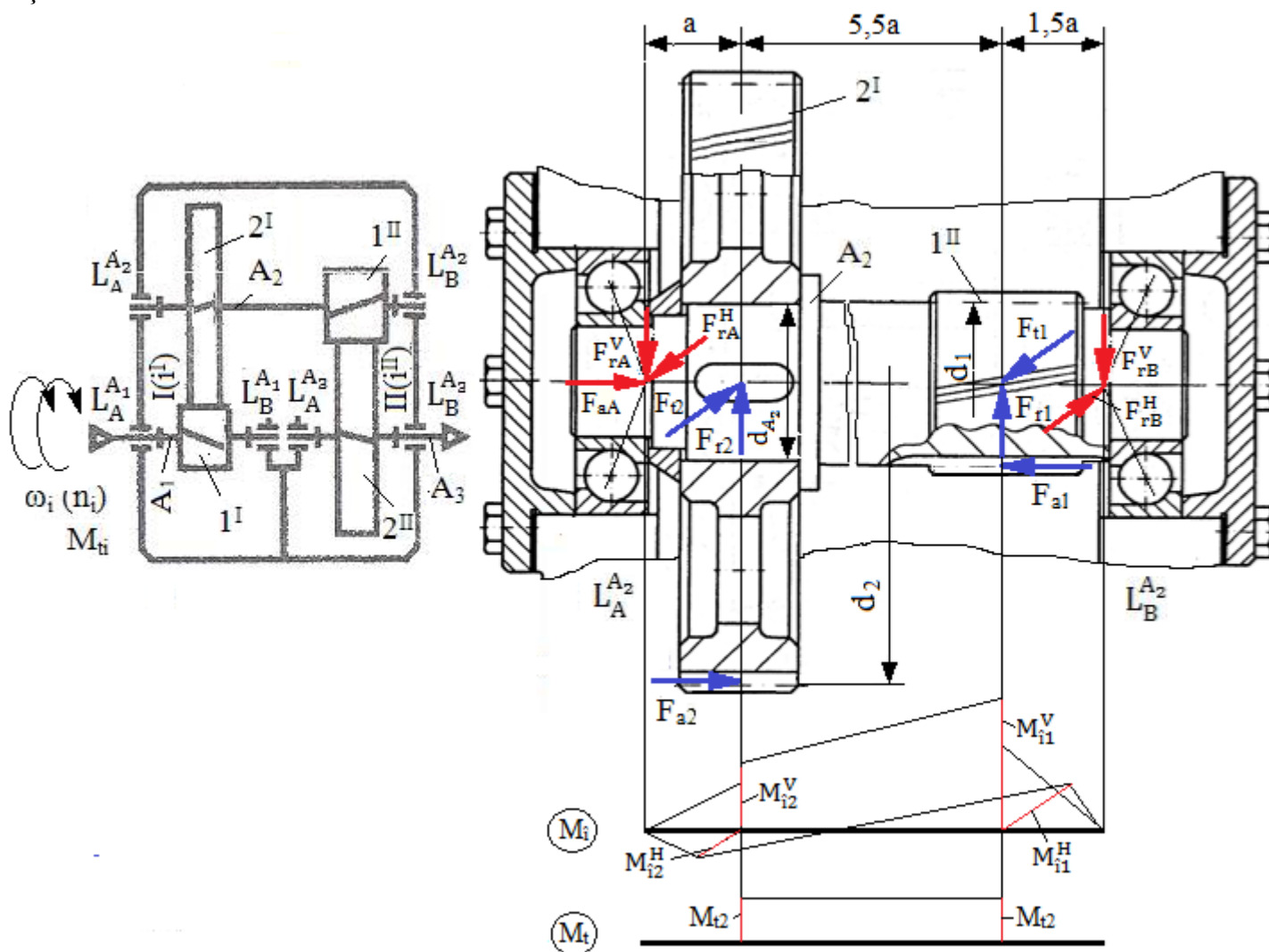
II.5. CALCULUL ARBORILOR DREPTI

II.5.1

Să se dimensioneze și verifice arborele intermediar al unui reductor cilindric coaxial vertical.

Se dau: momentul de torsiune transmis de arbore $M_{t2} = 622,605 \text{ Nm}$; modulul normal al danturii angrenajului I, $m_n^I = 3 \text{ mm}$; modulul normal al danturii angrenajului II, $m_n^{II} = 4 \text{ mm}$; numărul de dinți ai pinionului 1^{II} , $z_1^{II} = 21$; numărul de dinți ai roții 2^I , $z_2^I = 74$; unghiul de înclinare a danturii angrenajului I, $\beta^I = 15^\circ$; unghiul de înclinare a danturii angrenajului II, $\beta^{II} = 12^\circ$; unghiul profilului în plan normal, $\alpha_n = 20^\circ$; distanța $a = 50 \text{ mm}$; tensiunea admisibilă a materialului arborelui pentru ciclul alternant simetric, $\sigma_{aIII} = 70 \text{ MPa}$; factorul ciclurilor de solicitare, $\alpha = 0,6$ (tensiunea tangențială de torsiune este pulsatorie; tensiunea normală de încovoiere este alternant simetrică); angrenajele au roți nedeplasate.

Structura constructivă: A_2 - arbore intermediar; $L_{A,B}^{A_2}$ - lagărele arborelui A_2 ; $1^I, 1^{II}$ - pinioane cilindrice; $2^I, 2^{II}$ - roți cilindrice.



Rezolvare:

a. Diametrele roților de pe arborele A_2

Diametrele de divizare ale roții (2^I) și pinionului (1^{II}),

$$d_1^{II} = \frac{m_n^{II} z_1^{II}}{\cos \beta^{II}} = \frac{4 \cdot 21}{\cos 12} = 85,8766 \text{ mm},$$

și, respectiv,

$$d_2^I = \frac{m_n^I z_2^I}{\cos \beta^I} = \frac{3 \cdot 74}{\cos 15} = 229,8313 \text{ mm}.$$

Diametrul de picior al pinionului (pentru verificarea la solicitări compuse),

$$d_{f1}^{II} = d_1^{II} - 2 \cdot 1,25 \frac{m_n^{II}}{\cos \beta^{II}} = 85,8766 - 2 \cdot 1,25 \frac{4}{\cos 12} = 75,653 \text{ mm}$$

b. Forțele de încărcare a arborelui intermediar (A_2)

Forțele tangențiale:

$$F_{t1} = \frac{2M_{t2}}{d_1^{II}} = \frac{2 \cdot 622605}{85,8766} = 14500 \text{ N},$$

din roata 2^I .

$$F_{t2} = \frac{2M_{t2}}{d_2^I} = \frac{2 \cdot 622605}{229,8313} = 5417,93 \text{ N},$$

din pinionul 1^{II} .

Forțele radiale:

$$F_{r1} = F_{t1} \frac{\tan \alpha_n}{\cos \beta^{II}} = 14500 \frac{\tan 20}{\cos 12} = 5395,47 \text{ N},$$

din roata 2^I .

$$F_{r2} = F_{t2} \frac{\tan \alpha_n}{\cos \beta^I} = 5417,93 \frac{\tan 20}{\cos 15} = 2041,53 \text{ N},$$

din pinionul 1^{II} .

Forțele axiale:

$$F_{a1} = F_{t1} \tan \beta^{II} = 14500 \tan 12 = 3082,07 \text{ N},$$

din roata 2^I .

$$F_{a2} = F_{t2} \tan \beta^I = 5417,93 \tan 15 = 1451,73 \text{ N},$$

din pinionul 1^{II} .

c. Reacțiunile din lagărul $L_B^{A_2}$

Din ecuația de momente a forțelor din plan vertical (inclusiv axiale) în centrul lagărului $L_A^{A_2}$,

$$F_{rB}^V 8a - F_{r1} 6,5a - F_{r2} a - F_{a2} \frac{d_2^I}{2} + F_{a1} \frac{d_1^{II}}{2} = 0,$$

rezultă, forța de reacțiune în plan vertical din lagărul $L_B^{A_2}$,

$$F_{rB}^V = \frac{6,5 F_{r1}}{8} + \frac{F_{r2}}{8} + \frac{F_{a2}}{16} \frac{d_2^I}{2} - \frac{F_{a1}}{16} \frac{d_1^{II}}{2} = \frac{6,5 \cdot 5395,47}{8} + \frac{2041,53}{8} + \frac{1451,73}{16} \frac{229,8313}{50} - \frac{3082,07}{16} \frac{85,8766}{50} = 4725,23 \text{ N}.$$

Din ecuația de momente a forțelor din plan orizontal (fără cele axiale) în centrul lagărului $L_A^{A_2}$,

$$F_{rB}^H 8a - F_{t1} 6,5a + F_{t2} a = 0,$$

rezultă, forța de reacțiune în plan orizontal din lagărul $L_B^{A_2}$,

$$F_{rB}^H = \frac{6,5 F_{t1}}{8} - \frac{F_{t2}}{8} = \frac{6,5 \cdot 14500}{8} - \frac{5417,93}{8} = 11104 \text{ N}$$

Forța de reacțiune radială rezultantă din lagărul $L_B^{A_2}$,

$$F_{rB} = \sqrt{(F_{rB}^V)^2 + (F_{rB}^H)^2} = \sqrt{(4725,23)^2 + (11104)^2} = 12067,58 \text{ N}.$$

Forța de reacțiune axială din lagărul $L_B^{A_2}$,

$F_{rB} = 0$ ($F_{a1} > F_{a2}$), pentru sensul de rotație marcat în figura, și $F_{rB} = F_{a1}$, pentru sensul de rotație opus celui marcat în figura.

d. Reacțiunile din lagărul $L_A^{A_2}$

Din ecuația de momente a forțelor din plan vertical (inclusiv axiale) în centrul lagărului $L_B^{A_2}$,

$$F_{rA}^V 8a - F_{r2} 7a - F_{r1} 1,5a + F_{a2} \frac{d_2^I}{2} - F_{a1} \frac{d_1^{II}}{2} = 0,$$

rezultă, forța de reacțiune în plan vertical din lagărul $L_A^{A_2}$,

$$F_{rA}^V = \frac{7 F_{r2}}{8} + \frac{1,5 F_{r1}}{8} - \frac{F_{a2}}{16} \frac{d_2^I}{a} + \frac{F_{a1}}{16} \frac{d_1^{II}}{a} = \frac{7 \cdot 2041,53}{8} + \frac{1,5 \cdot 5395,47}{8} - \frac{1451,73}{16} \frac{229,8313}{50} + \frac{3082,07}{16} \frac{85,8766}{50} = 2711,76 \text{ N}.$$

Din ecuația de momente a forțelor din plan orizontal (fără cele axiale) în centrul lagărului $L_B^{A_2}$,

$$F_{rA}^H 8a - F_{t2} 7a + F_{t1} 1,5a = 0$$

rezultă, forța de reacțiune în plan orizontal din lagărul $L_A^{A_2}$,

$$F_{rA}^H = \frac{7 F_{t2}}{8} - \frac{1,5 F_{t1}}{8} = \frac{7 \cdot 5417,93}{8} - \frac{1,5 \cdot 14500}{8} = 2021,94 \text{ N}$$

Forța de reacțiune radială rezultantă din lagărul $L_A^{A_2}$,

$$F_{rA} = \sqrt{(F_{rA}^V)^2 + (F_{rA}^H)^2} = \sqrt{(2711,76)^2 + (2021,94)^2} = 3382,58 \text{ N.}$$

Forța de reacțiune axială din lagărul L_{A2}^{A2} ,

$F_{aA} = F_{a1} - F_{a2}$, pentru sensul de rotație marcat în figura, și $F_{rA} = F_{a2}$, pentru sensul de rotație opus celui marcat în figura.

e. Momentul de încovoiere în centrul roții 2^I

Momentul de încovoiere în centrul roții 2^I în plan vertical,

$$M_{i2}^V = -F_{rA}^V a - F_{a2} \frac{d_2^I}{2} = -2711,76 \cdot 50 - 1451,73 \frac{229,8313}{2} = -302414,5 \text{ Nmm.}$$

Momentul de încovoiere în centrul roții 2^I în plan orizontal,

$$M_{i2}^H = F_{rA}^H a = 2021,94 \cdot 50 = 101097 \text{ Nmm.}$$

Momentul de încovoiere rezultat în centrul roții 2^I,

$$M_{i2} = \sqrt{(M_{i2}^V)^2 + (M_{i2}^H)^2} = \sqrt{(302414,5)^2 + (101097)^2} = 318865,38 \text{ Nmm.}$$

f. Momentul de încovoiere în centrul pinionului 1^{II}

Momentul de încovoiere în centrul pinionului 1^{II} în plan vertical,

$$M_{i1}^V = -F_{rB}^V 1,5a - F_{a1} \frac{d_1^{II}}{2} = -4725,23 \cdot 1,5 \cdot 50 - 3082,07 \frac{85,8766}{2} = -486731,1 \text{ Nmm.}$$

Momentul de încovoiere în centrul pinionului 1^{II} în plan orizontal,

$$M_{i1}^H = F_{rB}^H 1,5a = 11104 \cdot 1,5 \cdot 50 = 832800 \text{ Nmm.}$$

Momentul de încovoiere rezultat în centrul pinionului 1^{II},

$$M_{i1} = \sqrt{(M_{i1}^V)^2 + (M_{i1}^H)^2} = \sqrt{(486731,1)^2 + (832800)^2} = 964605,1 \text{ Nmm.}$$

g. Dimensionarea arborelui în zona centrului roții 2^I

Din relația de verificare a arborelui la solicitări compuse (torsiune și încovoiere),

$$\sqrt{\left(\frac{32 M_{i2}}{\pi d_{A2}^3}\right)^2 + 4 \left(\alpha \frac{16 M_{t2}}{\pi d_{A2}^3}\right)^2} \leq \sigma_{aIII},$$

rezultă diametrul arborelui în zona centrului roții 2^I,

$$d_{A2} = \sqrt[3]{\frac{32 \sqrt{M_{i2}^2 + (\alpha M_{t2})^2}}{\pi \sigma_{aIII}}} = \sqrt[3]{\frac{32 \sqrt{318865,38^2 + (0,6 \cdot 622605)^2}}{\pi 70}} = 41,49 \text{ mm.}$$

h. Verificarea arborelui la solicitări compuse (torsiune și încovoiere) în centrul pinionului 1^{II}:

Tensiunea echivalentă,

$$\sigma_{ech1} = \sqrt{\left(\frac{32 M_{i1}}{\pi d_{f1}^3}\right)^2 + 4 \left(\alpha \frac{16 M_{t2}}{\pi d_{f1}^3}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{32 \cdot 964605,1}{\pi 75,653^3}\right)^2 + 4 \left(0,6 \frac{16 \cdot 622605}{\pi 75,653^3}\right)^2} = 24,33 \text{ MPa.}$$

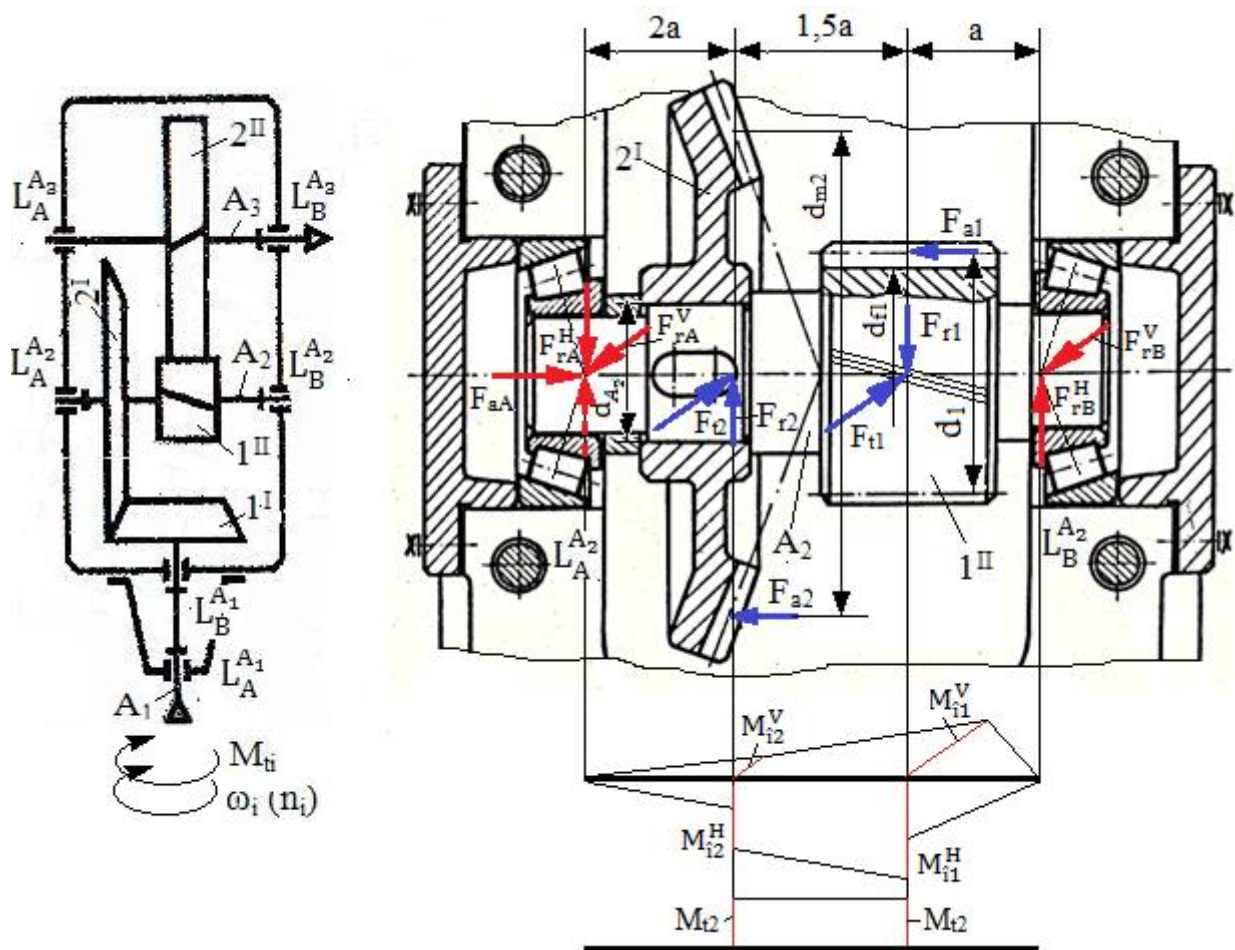
Verificarea la solicitări compuse: $\sigma_{ech1} \leq \sigma_{aIII}$; $24,33 < 70$ (se verifică).

II_5.2

Să se dimensioneze și verifice arborele intermediar al unui reductor conico-cilindric orizontal.

Se dau: momentul de torsiune transmis de arbore $M_{t2} = 455 \text{ Nm}$; diametrul de divizare al pinionului, $d_1 = 65,5345 \text{ mm}$; diametrul de picior al pinionului $d_{f1} = 58,638 \text{ mm}$; unghiul de înclinare a danturii pinionului, $\beta^{II} = 18^\circ$; diametrul mediu al roții conice, $d_{m2} = 167,852 \text{ mm}$; semiunghiul conului roții conice $\delta_2 = 71,565^\circ$; unghiul profilului în plan normal, $\alpha_n = 20^\circ$; distanța $a = 60 \text{ mm}$; tensiunea admisibilă a materialului arborelui pentru ciclul alternant simetric, $\sigma_{aIII} = 70 \text{ MPa}$; factorul ciclurilor de solicitare $\alpha = 0,6$ (tensiunea tangențială de torsiune este pulsatorie; tensiunea normală de încovoiere este alternant simetrică); angrenajele au roți nedepășate.

Structura constructivă: A_2 - arbore intermediar; L_{A2}^{A2} - lagărele arborelui A_2 ; 1^{II} - pinion cilindric; 2^I - roată conică.



Rezolvare:

a. Forțele de încărcare a arborelui intermediar (A_2)

Forțele tangențiale,

$$F_{t1} = \frac{2M_{t2}}{d_1} = \frac{2 \cdot 455000}{65,5345} = 13885,82 \text{ Nmm},$$

din pinionul cilindric 1^{II} .

$$F_{t2} = \frac{2M_{t2}}{d_{m2}} = \frac{2 \cdot 455000}{167,852} = 5421,44 \text{ Nmm},$$

din roata conică 2^I .

Forțele radiale,

$$F_{r1} = F_{t1} \frac{\tan \alpha_n}{\cos \beta^{II}} = 13885,82 \frac{\tan 20}{\cos 18} = 5314,12 \text{ N},$$

din pinionul cilindric 1^{II} .

$$F_{r2} = F_{t2} \tan \alpha_n \cos \delta_2 = 5421,44 \tan 20 \cos 71,565 = 624 \text{ N},$$

din roata conică 2^I .

Forțele axiale,

$$F_{a1} = F_{t1} \tan \beta^{II} = 13885,82 \tan 18 = 4511,78 \text{ N},$$

din pinionul cilindric 1^{II} .

$$F_{a2} = F_{t2} \tan \alpha_n \sin \delta_2 = 5421,44 \tan 20 \sin 71,565 = 1871,98 \text{ N},$$

din roata conică 2^I .

b. Reacțiunile din lagărul L_B^{A2}

Din ecuația de momente a forțelor din plan orizontal (inclusiv axiale) în centrul lagărului L_A^{A2} ,

$$F_{rB}^H 4,5a - F_{r1} 3,5a + F_{r2} 2a - F_{a2} \frac{d_{m2}}{2} + F_{a1} \frac{d_1}{2} = 0,$$

rezultă, forța de reacțiune în plan orizontal din lagărul L_B^{A2} ,

$$F_{rB}^H = \frac{3,5 F_{r1}}{4,5} - \frac{2 F_{r2}}{4,5} + \frac{F_{a2} d_{m2}}{9 a} - \frac{F_{a1} d_1}{9 a} = \frac{3,5 \cdot 5314,12}{4,5} - \frac{2 \cdot 624}{4,5} + \frac{1871,98}{9} \frac{167,852}{60} - \frac{4511,78}{9} \frac{65,5345}{60} = 3890,20 \text{ N}.$$

Din ecuația de momente a forțelor din plan vertical (fără cele axiale) în centrul lagărului L_A^{A2} ,

$$F_{rB}^V 4,5a - F_{t1} 3,5a - F_{t2} 2a = 0,$$

rezultă, forța de reacțiune în plan vertical din lagărul $L_B^{A_2}$,

$$F_{rB}^V = \frac{3,5 F_{t1}}{4,5} + \frac{2 F_{t2}}{4,5} = \frac{3,5 \cdot 13885,82}{4,5} + \frac{2 \cdot 5421,44}{4,5} = 13209,61 \text{ N}.$$

Forța de reacțiune radială rezultantă din lagărul $L_B^{A_2}$,

$$F_{rB} = \sqrt{(F_{rB}^V)^2 + (F_{rB}^H)^2} = \sqrt{(13209,61)^2 + (3890,65)^2} = 13770,52 \text{ N}.$$

Forța de reacțiune axială din lagărul $L_B^{A_2}$,

$F_{rB} = 0$ (F_{a1} , F_{a2} încarcă rulmentul A), pentru sensul de rotație marcat în figura, și $F_{rB} = F_{a1}$, pentru sensul de rotație opus celui marcat în figură.

c. Reacțiunile din lagărul $L_A^{A_2}$

Din ecuația de momente a forțelor din plan orizontal (inclusiv axiale) în centrul lagărului $L_B^{A_2}$,

$$F_{rA}^H 4,5a - F_{r2} 2,5a + F_{r1} a - F_{a2} \frac{d_{m2}}{2} + F_{a1} \frac{d_1}{2} = 0,$$

rezultă, forța de reacțiune în plan orizontal din lagărul $L_A^{A_2}$,

$$F_{rA}^H = \frac{2,5 F_{r2}}{4,5} - \frac{F_{r1}}{4,5} + \frac{F_{a2} d_{m2}}{9 a} - \frac{F_{a1} d_1}{9 a} = \frac{2,5 \cdot 624}{4,5} - \frac{5314,12}{4,5} + \frac{1871,98}{9} \frac{167,852}{60} - \frac{4511,78}{9} \frac{65,5345}{60} = -799,91 \text{ N}$$

(semnul “-”, arată că forța are sens opus celei din figură și va fi marcată cu linie întreruptă).

Din ecuația de momente a forțelor din plan orizontal (fără cele axiale) în centrul

Din ecuația de momente a forțelor din plan orizontal (inclusiv axiale) în centrul lagărului $L_B^{A_2}$,

$$F_{rA}^V 4,5a - F_{t2} 2,5a - F_{t1} a = 0$$

rezultă, forța de reacțiune în plan vertical din lagărul $L_A^{A_2}$,

$$F_{rA}^V = \frac{2,5 F_{t2}}{4,5} + \frac{F_{t1}}{4,5} = \frac{2,5 \cdot 5421,44}{4,5} + \frac{13885,82}{4,5} = 6097,65 \text{ N}$$

Forța de reacțiune radială rezultantă din lagărul $L_A^{A_2}$,

$$F_{rA} = \sqrt{(F_{rA}^V)^2 + (F_{rA}^H)^2} = \sqrt{(6097,65)^2 + (799,91)^2} = 6149,89 \text{ N}.$$

Forța de reacțiune axială din lagărul $L_A^{A_2}$,

$F_{rA} = F_{a1} + F_{a2}$, pentru sensul de rotație marcat în figura, și $F_{rA} = F_{a2}$, pentru sensul de rotație opus celui marcat în figură.

d. Momentul de încovoiere în centrul roții 2^I

Momentul de încovoiere în centrul roții 2^I în plan orizontal,

$$M_{i2}^H = F_{rA}^H 2a + F_{a2} \frac{d_{m2}}{2} = 799,91 \cdot 2 \cdot 60 + 1871,98 \frac{167,852}{2} = 253096,99 \text{ Nmm}.$$

Momentul de încovoiere în centrul roții 2^I în plan vertical,

$$M_{i2}^V = F_{rA}^V 2a = 6097,65 \cdot 2 \cdot 60 = 731718 \text{ Nmm}.$$

Momentul de încovoiere rezultant în centrul roții 2^I,

$$M_{i2} = \sqrt{(M_{i2}^V)^2 + (M_{i2}^H)^2} = \sqrt{(731718)^2 + (253096,99)^2} = 774254,03 \text{ Nmm}.$$

e. Momentul de încovoiere în centrul pinionului 1^{II}

Momentul de încovoiere în centrul pinionului 1^{II} în plan orizontal,

$$M_{i1}^H = F_{rB}^H a + F_{a1} \frac{d_1}{2} = 3890,20 \cdot 60 + 4511,78 \frac{65,5345}{2} = 381250,62 \text{ Nmm}.$$

Momentul de încovoiere în centrul pinionului 1^{II} în plan vertical,

$$M_{i1}^V = F_{rB}^V a = 13209,61 \cdot 60 = 792576,6 \text{ Nmm}.$$

Momentul de încovoiere rezultant în centrul pinionului 1^{II},

$$M_{i1} = \sqrt{(M_{i1}^V)^2 + (M_{i1}^H)^2} = \sqrt{(792576,6)^2 + (381250,62)^2} = 879505,37 \text{ N}.$$

f. Dimensionarea arborelui în zona centrului roții 2^I

Din relația de verificare a arborelui la solicitări compuse (torsiune și încovoiere),

$$\sqrt{\left(\frac{32 M_{i1}}{\pi d_{A2}^3}\right)^2 + 4 \left(\alpha \frac{16 M_{t2}}{\pi d_{A2}^3}\right)^2} \leq \sigma_{aIII},$$

rezultă, diametrul arborelui în zona centrului roții 2^I,

$$d_{A_2} = \sqrt[3]{\frac{32 \sqrt{M_{i2}^2 + (\alpha M_{t2})^2}}{\pi \sigma_{aIII}}} = \sqrt[3]{\frac{32 \sqrt{774254,03^2 + (0,6 \cdot 455000)^2}}{\pi 70}} = 49,25 \text{ mm.}$$

g. Verificarea arborelui la solicitări compuse (torsiune și încovoiere) în zona pinionului 1^{II}

Tensiunea echivalentă,

$$\sigma_{ech1} = \sqrt{\left(\frac{32 M_{f1}}{\pi d_{f1}^3}\right)^2 + 4 \left(\alpha \frac{16 M_{t2}}{\pi d_{f1}^3}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{32 \cdot 879505,37}{\pi 58,638^3}\right)^2 + 4 \left(0,6 \frac{16 \cdot 455000}{\pi 58,638^3}\right)^2} = 46,52 \text{ MPa} < \sigma_{aIII}$$

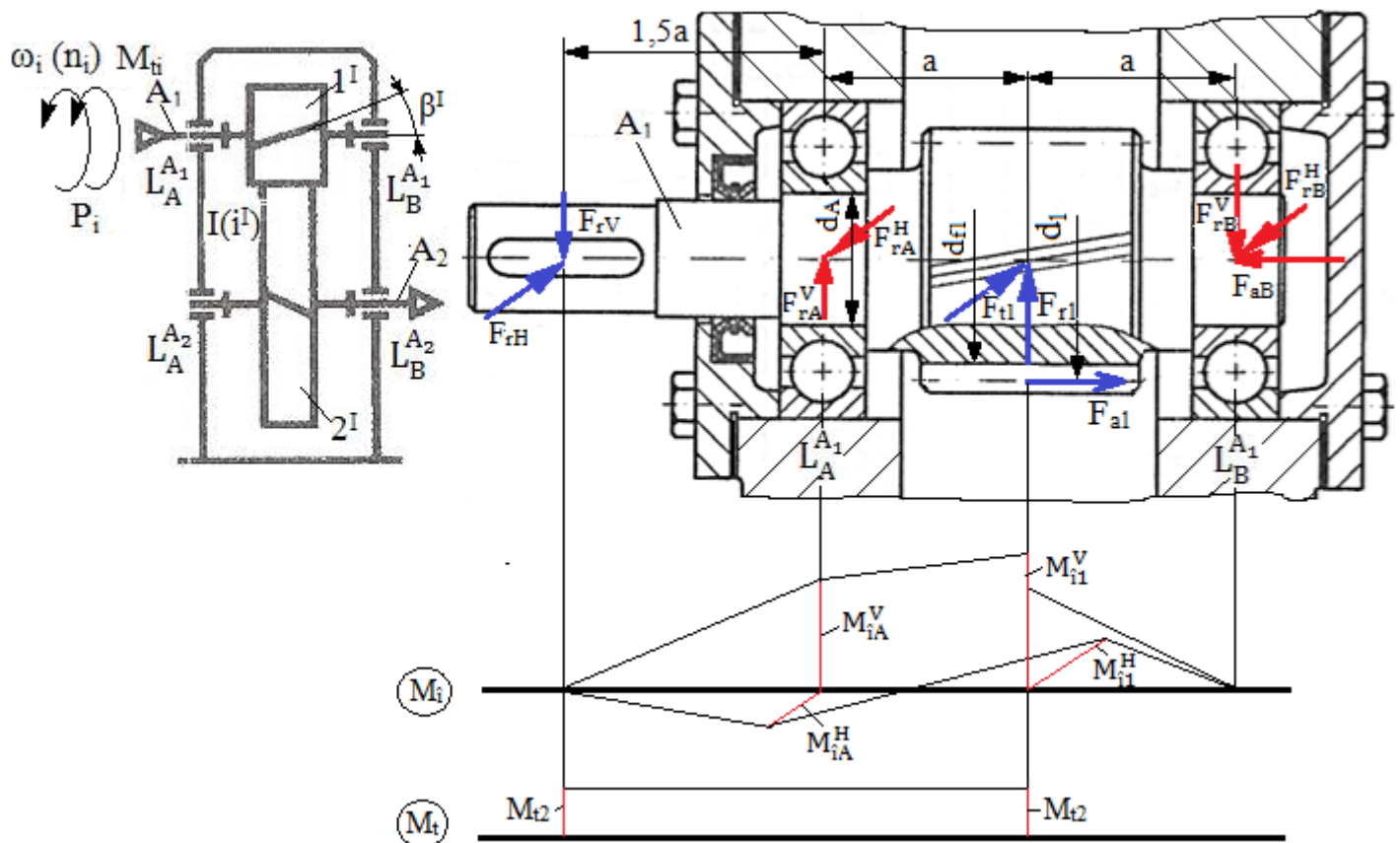
Verificarea la solicitări compuse: $\sigma_{ech1} \leq \sigma_{aIII}$; $46,52 < 70$ (se verifică).

II_05.3

Să se dimensioneze și verifice arborele de intrare al unui reductor cilindric vertical.

Se dau: momentul de torsiune transmis de arbore $M_{t1} = 523 \text{ Nm}$; modulul normal al danturii angrenajului I, $m_n^I = 4 \text{ mm}$; numărul de dinți ai pinionului 1^I, $z_1^I = 19$; unghiul de înclinare a danturii angrenajului I, $\beta^I = 15^\circ$; unghiul profilului în plan normal, $\alpha_n = 20^\circ$; forțele care încarcă capul arborelui, $F_{rH} = 2345 \text{ N}$ (în plan orizontal) și $F_{rV} = 1875 \text{ N}$ (în plan vertical), distanța $a = 80 \text{ mm}$; tensiunea admisibilă a materialului arborelui pentru ciclul alternant simetric, $\sigma_{aIII} = 70 \text{ MPa}$; factorul ciclurilor de solicitare $\alpha = 0,6$ (tensiunea tangențială de torsiune este pulsatorie; tensiunea normală de încovoiere este alternant simetrică); angrenajele au roți nedepășate.

Structura constructivă: A_1 - arbore de intrare; $L_{A,B}^{A_1}$ - lagărele arborelui A_1 ; 1^I - pinion cilindric; 2^I - roată cilindrică.



Rezolvare:

a. Diametrele roții de pe arborele A_1

Diametrul de divizare ale pinionului (1^I),

$$d_1 = \frac{m_n^I z_1^I}{\cos \beta^I} = \frac{4 \cdot 19}{\cos 15} = 78,68 \text{ mm.}$$

Diametrul de picior al pinionului (pentru verificarea la solicitări compuse),

$$d_{f1} = d_1 - 2 \cdot 1,25 \frac{m_n^I}{\cos \beta^I} = 78,68 - 2 \cdot 1,25 \frac{4}{\cos 15} = 68,3272 \text{ mm.}$$

b. Forțele de încărcare a arborelui A₁Forța tangențială,

$$F_{t1} = \frac{2M_{t1}}{d_1} = \frac{2 \cdot 523000}{78,68} = 13294,36 \text{ Nmm.}$$

Forța radială,

$$F_{r1} = F_{t1} \frac{\tan \alpha_n}{\cos \beta^I} = 13294,36 \frac{\tan 20}{\cos 15} = 5009,44 \text{ N.}$$

Forța axială,

$$F_{a1} = F_{t1} \tan \beta^I = 13294,36 \tan 15 = 3562,21 \text{ N.}$$

c. Reacțiunile din lagărul L_B^{A1}Din ecuația de momente a forțelor din plan vertical (inclusiv axială) în centrul lagărului L_A^{A1},

$$F_{rB}^V 2a - F_{r1} a - F_{rV} 1,5a - F_{a1} \frac{d_1}{2} = 0,$$

rezultă, forța de reacțiune în plan vertical din lagărul L_B^{A1},

$$F_{rB}^V = \frac{F_{r1}}{2} + \frac{1,5 F_{rV}}{2} + \frac{F_{a1} d_1}{4 a} = \frac{5009,44}{2} + \frac{1,5 \cdot 1875}{2} + \frac{3562,21 \cdot 78,68}{4 \cdot 80} = 4786,82 \text{ N.}$$

Din ecuația de momente a forțelor din plan orizontal (fără cele axiale) în centrul lagărului L_A^{A1},

$$F_{rB}^H 2a - F_{t1} a + F_{rH} 1,5a = 0,$$

rezultă, forța de reacțiune în plan orizontal din lagărul L_B^{A1},

$$F_{rB}^H = \frac{F_{t1}}{2} - \frac{1,5 F_{rH}}{2} = \frac{13294,36}{2} - \frac{1,5 \cdot 2345}{2} = 4888,43 \text{ N.}$$

Forța de reacțiune radială resultantă din lagărul L_B^{A1},

$$F_{rB} = \sqrt{(F_{rB}^V)^2 + (F_{rB}^H)^2} = \sqrt{(4786,82)^2 + (4888,43)^2} = 6841,81 \text{ N.}$$

Forța de reacțiune axială din lagărul L_B^{A1},F_{rB} = F_{a1} = 3562,21 N, pentru sensul de rotație marcat în figura, și F_{rB} = 0, pentru sensul de rotație opus celui marcat în figură.**d. Reacțiunile din lagărul L_A^{A1}**Din ecuația de momente a forțelor din plan vertical (inclusiv axială) în centrul lagărului L_B^{A1},

$$F_{rA}^V 2a + F_{r1} a - F_{rV} 3,5a - F_{a1} \frac{d_1}{2} = 0,$$

rezultă, forța de reacțiune în plan vertical din lagărul L_A^{A1},

$$F_{rA}^V = -\frac{F_{r1}}{2} + \frac{3,5 F_{rV}}{2} + \frac{F_{a1} d_1}{4 a} = -\frac{5009,44}{2} + \frac{3,5 \cdot 1875}{2} + \frac{3562,21 \cdot 78,68}{4 \cdot 80} = 1652,39 \text{ N.}$$

Din ecuația de momente a forțelor din plan orizontal (fără cele axiale) în centrul lagărului L_B^{A1},

$$F_{rA}^H 2a - F_{rH} 3,5a - F_{t1} a = 0,$$

rezultă, forța de reacțiune în plan orizontal din lagărul L_A^{A1},

$$F_{rA}^H = \frac{3,5 F_{rH}}{2} + \frac{F_{t1}}{2} = \frac{3,5 \cdot 2345}{2} + \frac{13294,36}{2} = 10750,93 \text{ N.}$$

Forța de reacțiune radială resultantă din lagărul L_A^{A1},

$$F_{rA} = \sqrt{(F_{rA}^V)^2 + (F_{rA}^H)^2} = \sqrt{(1652,39)^2 + (10750,93)^2} = 10877,17 \text{ N.}$$

Forța de reacțiune axială din lagărul L_A^{A2},F_{aA} = 0, pentru sensul de rotație marcat în figura, și F_{rA} = F_{a1}, pentru sensul de rotație opus celui marcat în figură.**e. Momentul de încovoiere în centrul lagărului L_A^{A1}**Momentul de încovoiere în centrul lagărului L_A^{A1}, în plan vertical,

$$M_{iA}^V = -F_{rV} 1,5a = -1875 \cdot 1,5 \cdot 80 = -225000 \text{ Nmm.}$$

Momentul de încovoiere în centrul lagărului L_A^{A1}, în plan orizontal,

$$M_{iA}^H = F_{rH} 1,5a = 2345 \cdot 1,5 \cdot 80 = 281400 \text{ Nmm.}$$

Momentul de încovoiere resultant în centrul lagărului L_A^{A1},

$$M_{iA} = \sqrt{(M_{i2}^V)^2 + (M_{i2}^H)^2} = \sqrt{(225000)^2 + (281400)^2} = 360292,88 \text{ Nmm.}$$

f. Momentul de încovoiere în centrul pinionului 1^I

Momentul de încovoiere în centrul pinionului 1^I în plan vertical,

$$M_{i1}^V = -F_{rB}^V a + F_{a1} \frac{d_1}{2} = -4786,82 \cdot 80 + 3562,21 \frac{78,68}{2} = -242808,25 \text{ Nmm.}$$

Momentul de încovoiere în centrul pinionului 1^I în plan orizontal,

$$M_{i1}^H = -F_{rB}^H a = -4888,43 \cdot 80 = -391074,4 \text{ Nmm (verificare semn forta)}$$

Momentul de încovoiere rezultat în centrul pinionului 1^I,

$$M_{i1} = \sqrt{(M_{i1}^V)^2 + (M_{i1}^H)^2} = \sqrt{(242808,25)^2 + (391074,4)^2} = 460320,57 \text{ N.}$$

g. Dimensionarea arborelui în zona lagărului L_A^{A1}

Din relația de verificare a arborelui la solicitări compuse (torsiune și încovoiere),

$$\sqrt{\left(\frac{32 M_{t2}}{\pi d_A^3}\right)^2 + 4 \left(\alpha \frac{16 M_{t2}}{\pi d_A^3}\right)^2} \leq \sigma_{aIII},$$

rezultă, diametrul arborelui în zona lagărului L_A^{A1},

$$d_A = \sqrt[3]{\frac{32 \sqrt{M_{tA}^2 + (\alpha M_{t2})^2}}{\pi \sigma_{aIII}}} = \sqrt[3]{\frac{32 \sqrt{360292,88^2 + (0,6 \cdot 523000)^2}}{\pi 70}} = 41,12 \text{ mm.}$$

h. Verificarea arborelui la solicitări compuse (torsiune și încovoiere) în centrul pinionului 1^I

Tensiunea echivalentă,

$$\sigma_{ech1} = \sqrt{\left(\frac{32 M_{t1}}{\pi d_{f1}^3}\right)^2 + 4 \left(\alpha \frac{16 M_{t1}}{\pi d_{f1}^3}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{32 \cdot 460320,57}{\pi 68,3272^3}\right)^2 + 4 \left(0,6 \frac{16 \cdot 523000}{\pi 68,3272^3}\right)^2} = 17,79 \text{ MPa} < \sigma_{aIII}$$

Verificarea la solicitări compuse: $\sigma_{ech1} \leq \sigma_{aIII}$; $17,79 < 70$ (se verifică).

II_5.4

Să se dimensioneze și verifice arborele de intrare al unui reductor conic vertical.

Se dau: momentul de torsiune transmis de arbore $M_{t1} = 785 \text{ Nm}$; diametrul mediu al pinionului conic, $d_{m1} = 94,5 \text{ mm}$; unghiul profilului în plan normal, $\alpha_n = 20^\circ$; semiunghiul conului de divizare $\delta_1 = 26,565^\circ$; forțele care încarcă capul arborelui, $F_{rH} = 5645 \text{ N}$ (în planul XZ) și $F_{rV} = 3975 \text{ N}$ (în planul XY), diametrul tronsoanelor arborelui în zona rulmenților, $d_r = 45 \text{ mm}$; distanța $a = 55 \text{ mm}$; tensiunea admisibilă a materialului arborelui pentru ciclul alternant simetric, $\sigma_{aIII} = 70 \text{ MPa}$; factorul ciclurilor de solicitare $\alpha = 0,6$ (tensiunea tangențială de torsiune este pulsatorie; tensiunea normală de încovoiere este alternant simetrică); angrenajul are roți nedepasate cu dantură dreaptă.

Structura constructivă: A_1 - arbore de intrare; $L_{A,B}^{A1}$ - lagărele arborelui A_1 ; 1^I - pinion conic (corp comun cu arborele) A_1 ; 2^I - roată conică.

Rezolvare:

a. Forțele de încărcare a arborelui A₁

Forța tangențială,

$$F_{t1} = \frac{2M_{t1}}{d_{m1}} = \frac{2 \cdot 785000}{94,5} = 16613,76 \text{ Nmm;}$$

Forța radială,

$$F_{r1} = F_{t1} \tan \alpha_n \cos \delta_1 = 16613,76 \tan 20 \cos 26,565 = 5408,53 \text{ N.}$$

Forța axială,

$$F_{a1} = F_{t1} \tan \alpha_n \sin \delta_1 = F_{t2} \tan \alpha_n \sin \delta_2 = 16613,76 \tan 20 \sin 26,565 = 2704,25 \text{ N.}$$

a. Reacțiunile din lagărul L_B^{A1}

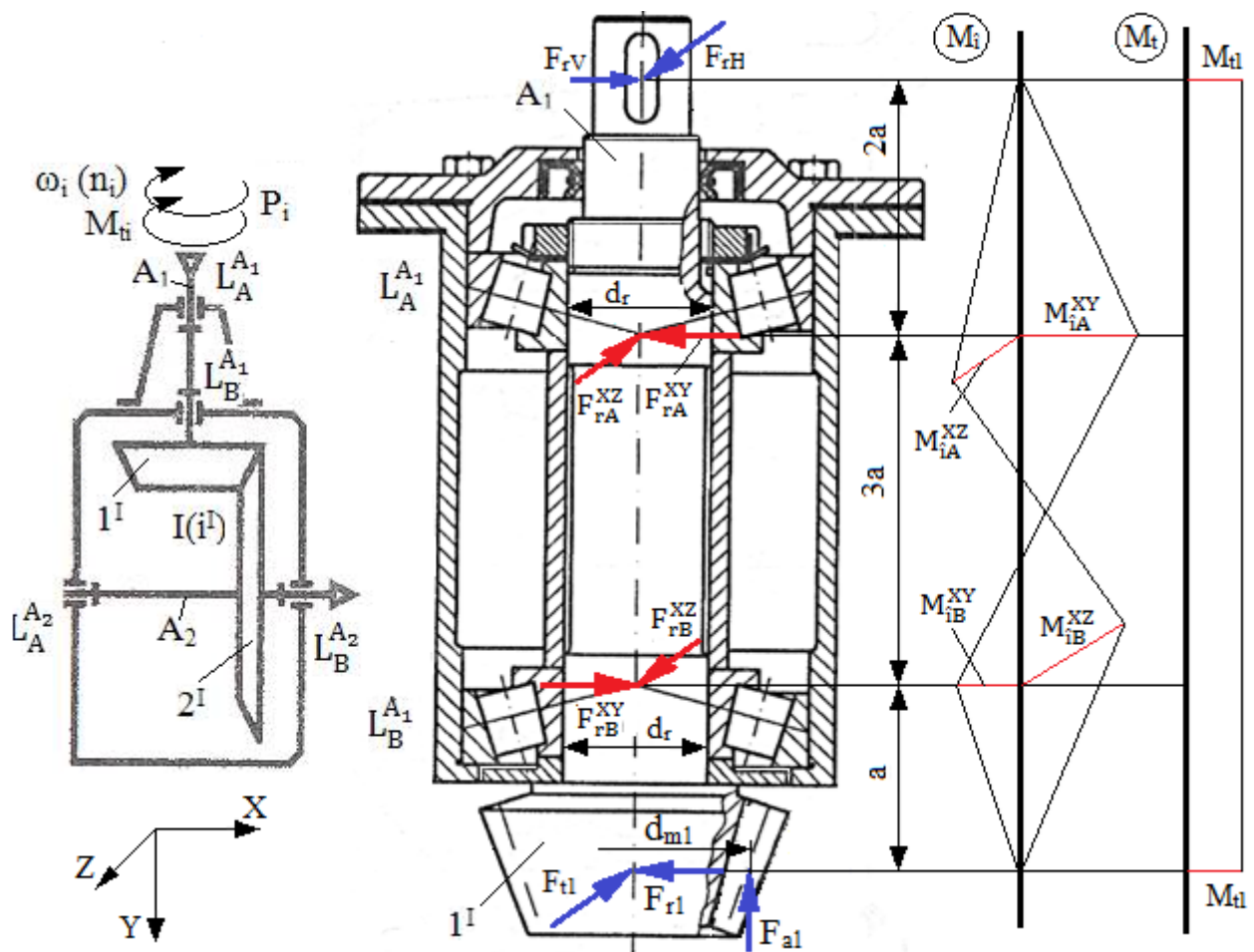
Din ecuația de momente a forțelor din planul XY (inclusiv axială) în centrul lagărului L_A^{A1},

$$F_{rB}^{XY} 3a - F_{r1} 4a - F_{rV} 2a + F_{a1} \frac{d_{m1}}{2} = 0,$$

rezultă, forța de reacțiune în planul XY din lagărul L_B^{A1},

$$F_{rB}^{XY} = \frac{4 F_{r1}}{3} + \frac{2 F_{rV}}{3} - \frac{F_{a1}}{6} \frac{d_{m1}}{a} = \frac{4 \cdot 5408,53}{3} + \frac{2 \cdot 3975}{3} - \frac{2704,25}{6} \frac{94,5}{55} = 9086,97 \text{ N.}$$

Din ecuația de momente a forțelor din planul XZ (fără cele axiale) în centrul lagărului L_A^{A1},



$$F_{rB}^{XZ} 3a - F_{t1} 4a - F_{rH} 2a = 0,$$

rezultă, forța de reacțiune în planul XZ din lagărul L_B^{A1} ,

$$F_{rB}^{XZ} = \frac{4F_{t1}}{3} + \frac{2F_{rH}}{3} = \frac{4 \cdot 16613,76}{3} + \frac{2 \cdot 5645}{3} = 25915 \text{ N.}$$

Forța de reacțiune radială rezultantă din lagărul L_B^{A1} ,

$$F_{rB} = \sqrt{(F_{rB}^{XY})^2 + (F_{rB}^{XZ})^2} = \sqrt{(9086,97)^2 + (25915)^2} = 27461,97 \text{ N.}$$

Forța de reacțiune axială din lagărul L_B^{A1} ,

$$F_{aB} = 0.$$

b. Reacțiunile din lagărul L_A^{A1}

Din ecuația de momente a forțelor din planul XY (inclusiv axiale) în centrul lagărului L_B^{A1} ,

$$F_{rA}^{XY} 3a - F_{r1} a - F_{rV} 5a + F_{a1} \frac{d_{m1}}{2} = 0,$$

rezultă, forța de reacțiune în planul XY din lagărul L_A^{A1} ,

$$F_{rA}^{XY} = \frac{F_{r1}}{3} + \frac{5F_{rV}}{3} - \frac{F_{a1} d_{m1}}{6a} = \frac{5408,53}{3} + \frac{5 \cdot 3975}{3} - \frac{2704,25 \cdot 94,5}{6 \cdot 55} = 7653,44 \text{ N.}$$

Din ecuația de momente a forțelor din planul XZ (fără cele axiale) în centrul lagărului L_B^{A1} ,

$$F_{rA}^{XZ} 3a - F_{rH} 5a - F_{t1} a = 0,$$

rezultă, forța de reacțiune în planul XZ din lagărul L_A^{A1} ,

$$F_{rA}^{XZ} = \frac{5F_{rH}}{3} + \frac{F_{t1}}{3} = \frac{5 \cdot 5645}{3} + \frac{16613,76}{3} = 14946,25 \text{ N.}$$

Forța de reacțiune radială rezultantă din lagărul L_A^{A1} ,

$$F_{rA} = \sqrt{(F_{rA}^{XY})^2 + (F_{rA}^{XZ})^2} = \sqrt{(7653,44)^2 + (14946,25)^2} = 16791,82 \text{ N.}$$

Forța de reacțiune axială din lagărul L_A^{A1} ,

$$F_{rA} = F_{a1}.$$

c. Momentul de încovoiere în centrul lagărului L_A^{A1}

Momentul de încovoiere în centrul lagărului L_A^{A1} , în planul XY,

$$M_{iA}^{XY} = F_{rV} 2a = 3975 \cdot 2 \cdot 55 = 437250 \text{ Nmm.}$$

Momentul de încovoiere în centrul lagărului L_A^{A1} , în planul XZ,

$$M_{iA}^{XZ} = -F_{rH} 2a = 5645 \cdot 2 \cdot 55 = -620950 \text{ Nmm.}$$

Momentul de încovoiere rezultat în centrul lagărului L_A^{A1} ,

$$M_{iA} = \sqrt{(M_{i2}^{XY})^2 + (M_{i2}^{XZ})^2} = \sqrt{(437250)^2 + (620950)^2} = 759451,42 \text{ Nmm.}$$

d. Momentul de încovoiere în centrul lagărului L_B^{A1}

Momentul de încovoiere în centrul lagărului L_B^{A1} , în planul XY,

$$M_{iB}^{XY} = +F_{r1} a - F_{a1} \frac{d_{m1}}{2} = +5408,53 \cdot 55 - 2704,25 \cdot \frac{94,5}{2} = 169693,33 \text{ Nmm.}$$

Momentul de încovoiere în centrul lagărului L_B^{A1} , în planul XZ,

$$M_{iB}^{XZ} = -F_{t1} a = 16613,76 \cdot 55 = -913756,8 \text{ Nmm}$$

Momentul de încovoiere rezultat în centrul lagărului L_B^{A1} ,

$$M_{iB} = \sqrt{(M_{i1}^{XY})^2 + (M_{i1}^{XZ})^2} = \sqrt{(169693,33)^2 + (913756,8)^2} = 929380 \text{ Nmm.}$$

e. Verificarea arborelui la solicitări compuse (torsiune și încovoiere) în centrul lagărului L_A^{A1}

Tensiunea echivalentă,

$$\sigma_{echA} = \sqrt{\left(\frac{32 M_{iB}}{\pi d_f^3}\right)^2 + 4 \left(\alpha \frac{16 M_{t1}}{\pi d_f^3}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{32 \cdot 759451,42}{\pi 45^3}\right)^2 + 4 \left(0,6 \frac{16 \cdot 785000}{\pi 45^3}\right)^2} = 99,89 \text{ MPa.}$$

Verificarea la solicitări compuse: $\sigma_{echA} \leq \sigma_{aIII}$; $99,89 > 70$ (NU se verifică).

f. Verificarea arborelui la solicitări compuse (torsiune și încovoiere) în centrul lagărului L_B^{A1}

Tensiunea echivalentă,

$$\sigma_{echB} = \sqrt{\left(\frac{32 M_{iB}}{\pi d_f^3}\right)^2 + 4 \left(\alpha \frac{16 M_{t1}}{\pi d_f^3}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{32 \cdot 929380}{\pi 45^3}\right)^2 + 4 \left(0,6 \frac{16 \cdot 785000}{\pi 45^3}\right)^2} = 116,46 \text{ MPa.}$$

Verificarea la solicitări compuse: $\sigma_{echB} \leq \sigma_{aIII}$; $116,46 > 70$ (nu se verifică).

Obs. Deoarece arborele nu rezistă la solicitări compuse (încovoiere și torsiune) se va face dimensionare în zona lagărului L_B^{A1} unde momentul de încovoiere este maxim.

g. Dimensionarea arborelui în zona lagărului L_B^{A1}

Din relația de verificare a arborelui la solicitări compuse (torsiune și încovoiere),

$$\sqrt{\left(\frac{32 M_{iB}}{\pi d_f^3}\right)^2 + 4 \left(\alpha \frac{16 M_{t1}}{\pi d_f^3}\right)^2} \leq \sigma_{aIII},$$

rezultă diametrul arborelui în zonele lagărelor,

$$d_r = \sqrt[3]{\frac{32 \sqrt{M_{iB}^2 + (\alpha M_{t2})^2}}{\pi \sigma_{aIII}}} = \sqrt[3]{\frac{32 \sqrt{929380^2 + (0,6 \cdot 785000)^2}}{\pi 70}} = 53,32 \text{ mm.}$$