

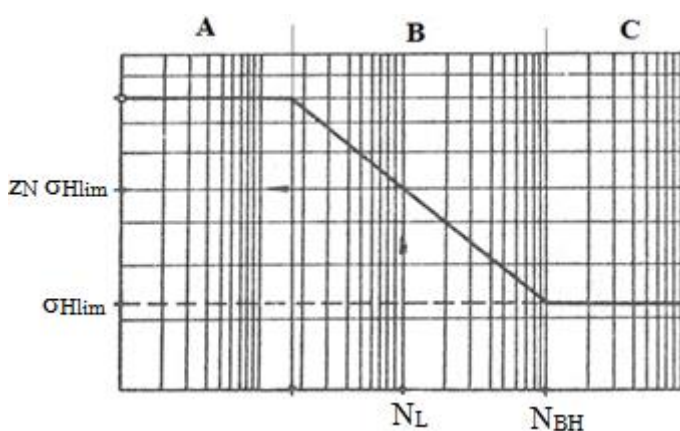
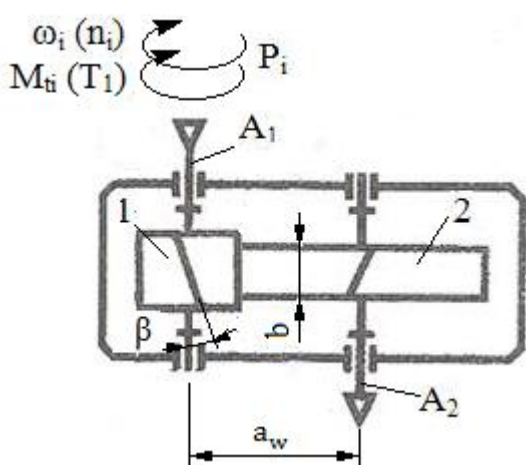
II.3. CALCULUL DE REZISTENȚĂ AL ANGRENAJELOR

II.3.1

Să se determine distanța dintre axe a angrenajului cilindric din condiția de rezistență la contact.

Se dau: raportul de transmitere al angrenajului I, $i^I = 4$; momentul de torsiune la arborele de intrare $M_{ti} = 125$ Nm; turația la intrare, $n_i = 750$ rot/min; factorul de material, $Z_E = 190 \text{ MPa}^{1/2}$; unghiul de înclinare a danturii $\beta = 15^\circ$; factorul de formă, $Z_H = 2,5$; factorul de siguranță la contact, $S_H = 1,2$; durata de funcționare, $L_h = 6000$ ore, numărul ciclurilor de bază pentru solicitarea la contact $N_{BH} = 10^9$; tensiunea limită a materialului pentru solicitarea de contact, $\sigma_{Hlim} = 1450 \text{ MPa}$; produsul factorilor rugozităților (Z_R), de lubrifianți (Z_L), de mărime (Z_x), duriților (Z_w), $Z_R Z_L Z_x Z_w = 1$; produsul factorilor gradului de acoperire (Z_ϵ) și de formă (Z_H), $Z_\epsilon Z_H = 2,4$; produsul factorilor regimului de funcționare (K_A) și dinamic interior (K_v), $K_A K_v = 1,3$; produsul factorilor distribuției neuniforme a sarcinii de-a lungul liniei de contact ($K_{H\beta}$) și repartizării neuniforme a sarcinii în plan frontal ($K_{H\alpha}$), $K_{H\beta} K_{H\alpha} = 1,5$; factorul înclinării danturii $z_\beta = \sqrt{\cos \beta}$; factorul de lățime, $\Psi_a = b/a_w = 0,35$.
roțile dințate sunt nedepasate.

Structura constructivă: 1 - pinion; 2 - roată cilindrică; A_1 - arborele de intrare; A_2 - arborele de ieșire.



Rezolvare:

a. Factorii de calcul la contact

Numerele de cicluri de solicitare ale dinților pinionului și roții,

$$N_{L1} = 60 n_1 L_h = 60 \cdot 750 \cdot 6000 = 0,27 \cdot 10^9,$$

$$N_{L2} = 60 n_2 L_h = \frac{n_1}{i^I} L_h = \frac{750}{4} \cdot 60 \cdot 750 \cdot 6000 = 0,0675 \cdot 10^9.$$

Deoarece, $N_{L1} < N_{BH}$ și $N_2 < N_{BH}$ (cazul B, durabilitate limitată), factorii ciclurilor de solicitare ai pinionului și roții se determină cu relațiile,

$$Z_{N1} = \sqrt[6]{\frac{N_{BH}}{N_{L1}}} = \sqrt[6]{\frac{10^9}{0,27 \cdot 10^9}} = 1,24,$$

$$Z_{N2} = \sqrt[6]{\frac{N_{BH}}{N_{L2}}} = \sqrt[6]{\frac{10^9}{0,0675 \cdot 10^9}} = 1,57$$

și factorul ciclurilor de solicitare,

$$Z_N = \min(Z_{N1}, Z_{N2}) = \min(1,24, 1,57) = 1,24.$$

Factorul înclinării danturii,

$$z_\beta = \sqrt{\cos \beta} = \sqrt{\cos 15} = 0,82.$$

b. Tensiunea admisibilă a materialului la solicitarea de contact

$$\sigma_{HP} = \frac{\sigma_{Hlim} Z_N}{S_H} Z_R Z_L Z_x Z_w = \frac{1450 \cdot 1,24}{1,2} \cdot 1 = 1498,3 \text{ MPa}.$$

c. Distanța dintre axe din solicitarea de contact (predimensionare)

$$a_w^I = (u+1) \sqrt[3]{\frac{T_1 K_A K_v K_{H\beta} K_{H\alpha}}{2 \Psi_a u \sigma_{HP}^2}} (Z_E Z_\epsilon Z_H Z_\beta)^2 = (u+1) \sqrt[3]{\frac{T_1 K_A K_v K_{H\beta} K_{H\alpha}}{2 \Psi_a u \sigma_{HP}^2}} (Z_E Z_\epsilon Z_H \sqrt{\cos \beta})^2 =$$

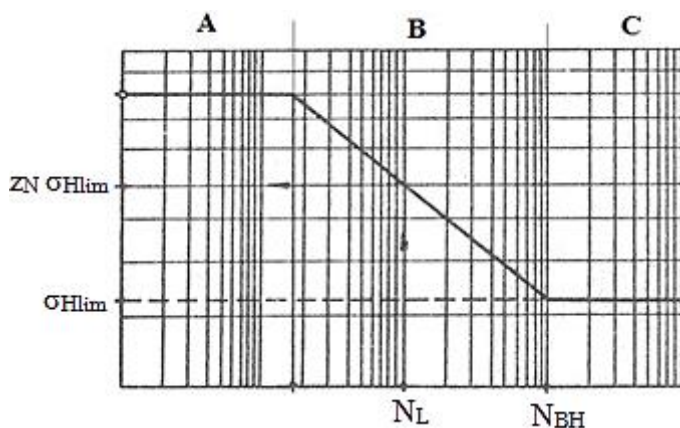
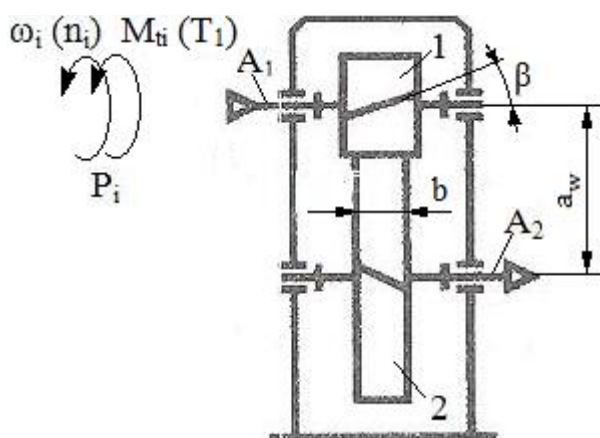
$$= (4+1)^3 \sqrt{\frac{125000 \cdot 1,3 \cdot 1,5}{2 \cdot 0,35 \cdot 4 \cdot 1498,3^2}} (190 \cdot 2,4 \cdot \sqrt{\cos 15})^2 = 99,11 \text{ mm.}$$

II_3.2

Să se determine durata de funcționare a angrenajului cilindric din condiția de rezistență la contact.

Se dau: raportul de transmitere al angrenajului I, $i^I = 3$; momentul de torsiune la arborele de intrare $M_{ti} = 35 \text{ Nm}$; turația la intrare, $n_i = 2200 \text{ rot/min}$; distanța dintre axe $a_w = 90 \text{ mm}$; lățimea danturii $b = 25 \text{ mm}$; factorul de material, $Z_E = 190 \text{ MPa}^{1/2}$; unghiul de înclinare a danturii $\beta^I = 18^\circ$; factorul de formă, $Z_H = 2,5$; factorul de siguranță la contact, $S_H = 1,2$; numărul ciclurilor de bază pentru solicitarea la contact $N_{BH} = 10^9$; tensiunea limită a materialului pentru solicitarea de contact, $\sigma_{Hlim} = 800 \text{ MPa}$; produsul factorilor rugozităților (Z_R), de lubrifianț (Z_L), de mărime (Z_x), durităților (Z_w), $Z_R Z_L Z_x Z_w = 1$; produsul factorilor gradului de acoperire (Z_ϵ) și de formă (Z_H), $Z_\epsilon Z_H = 2,4$; produsul factorilor regimului de funcționare (K_A) și dinamic interior (K_v), $K_A K_v = 1,3$; produsul factorilor distribuției neuniforme a sarcinii de-a lungul liniei de contact ($K_{H\beta}$) și repartizării neuniforme a sarcinii în plan frontal ($K_{H\alpha}$), $K_{H\beta} K_{H\alpha} = 1,5$; factorul înclinării danturii $z_\beta = \sqrt{\cos \beta}$; roțile dințate sunt nedeplasate.

Structura constructivă: 1 - pinion; 2 - roată cilindrică; A_1 - arborele de intrare; A_2 - arborele de ieșire.



Rezolvare:

a. Tensiunea de contact maximă

$$\sigma_H = \frac{Z_E Z_\epsilon Z_H Z_\beta}{a_w} \sqrt{\frac{2 T_1}{2 b} K_A K_v K_{H\beta} K_{H\alpha} \frac{(u+1)^3}{u}} = \frac{Z_E Z_\epsilon Z_H \sqrt{\cos \beta}}{a_w^I} \sqrt{\frac{2 T_1}{2 b} K_A K_v K_{H\beta} K_{H\alpha} \frac{(i^I+1)^3}{i^I}} =$$

$$= \frac{190 \cdot 2,4 \sqrt{\cos 18}}{90} \sqrt{\frac{35000}{2 \cdot 25} 1,3 \cdot 1,5 \frac{(3+1)^3}{3}} = 843,18 \text{ MPa.}$$

b. Numărul de cicluri de solicitare

Din relația, coeficientului de siguranță la solicitarea de contact,

$$S_H = \frac{\sigma_{Hlim}}{\sigma_H} Z_N Z_L Z_R Z_v Z_w,$$

rezultă factorul numărului de cicluri de solicitare,

$$Z_N = \frac{\sigma_H S_H}{\sigma_{Hlim} Z_L Z_R Z_v Z_w} = \frac{843 \cdot 1,2}{800 \cdot 1} = 1,265 \quad (Z_N > 1, \text{ durabilitate limitată, zona B}).$$

Din relația factorului ciclurilor de solicitare,

$$Z_N = \sqrt[6]{\frac{N_{BH}}{N_L}},$$

rezultă, numărul maxim de cicluri de solicitare,

$$N_L = \frac{N_{BH}}{Z_N^6} = \frac{10^9}{1,265^6} = 2,44 \cdot 10^8 \text{ cicluri.}$$

c. Durata de funcționare

Din relația numărului maxim de cicluri de solicitare,

$$N_L = 60 n_1 L_h,$$

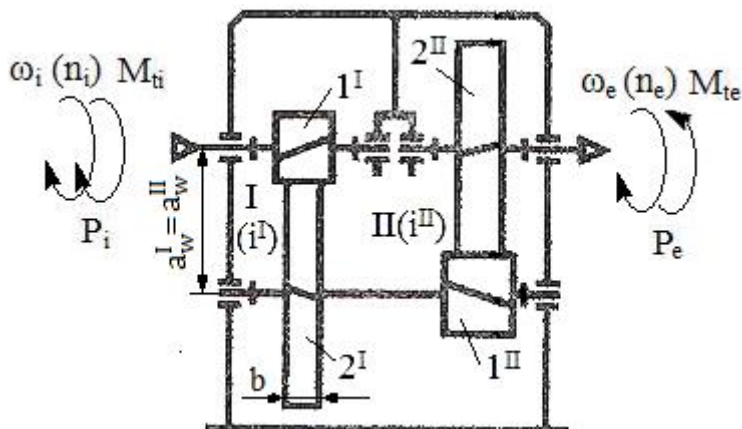
rezultă, durata de funcționare,

$$L_h = \frac{N_L}{60 n_1} = \frac{2,44 \cdot 10^8}{60 \cdot 2200} = 8946,66 \text{ ore.}$$

II_3.3

Să se determine tensiunea limită de contact necesară a materialului roților angrenajului I al reductorului coaxial. Se dau: raportul de transmitere al angrenajului I, $i^I = 5$; momentul de torsiune la arborele de intrare $M_{ti} = 95$ Nm; lățimea roții, $b = 40$ mm; distanța dintre axe, $a_w^I = 125$ mm; factorul de material, $Z_E = 190 \text{ MPa}^{1/2}$; unghiul de înclinare a danturii $\beta = 14^\circ$; factorul de formă, $Z_H = 2,5$; factorul de siguranță la contact, $S_{Hmin} = 1,2$; factorul ciclurilor de solicitare, $Z_N = 1$, produsul factorilor rugozităților (Z_R), de lubrifianț (Z_L), de mărime (Z_x), durităților (Z_w), $Z_R Z_L Z_x Z_w = 1$; produsul factorilor gradului de acoperire (Z_ϵ) și de formă (Z_H), $Z_\epsilon Z_H = 2,48$; produsul factorilor regimului de funcționare (K_A) și dinamic interior (K_v), $K_A K_v = 1,3$; produsul factorilor distribuției neuniforme a sarcinii de-a lungul liniei de contact ($K_{H\beta}$) și repartizării neuniforme a sarcinii în plan frontal ($K_{H\alpha}$), $K_{H\beta} K_{H\alpha} = 1,5$; roțile dințate sunt nedeplasate.

Structura constructivă: I - angrenajul din treapta I; II - angrenajul din treapta a II a; $1^I, 1^{II}$ - pinioane; $2^I, 2^{II}$ - roți cilindrice.



Rezolvare:

Din relațiile, tensiunii limită de contact necesară și tensiunii efective de contact,

$$\sigma_{Hlim}^{nec} = \frac{S_{Hmin} \sigma_H}{Z_N Z_R Z_L Z_x Z_w},$$

$$\sigma_H = \frac{Z_E Z_\epsilon Z_H Z_\beta}{a_w} \sqrt{\frac{T_1}{2b}} K_A K_v K_{H\beta} K_{H\alpha} \frac{(u+1)^3}{u},$$

considerând, factorul înclinării danturii, $Z_\beta = (\cos \beta)^{1/2}$, rezultă

$$\sigma_{Hlim}^{nec} = \frac{S_{Hmin} Z_E Z_\epsilon Z_H}{Z_N Z_R Z_L Z_x Z_w a_w} \sqrt{\frac{T_1}{2b}} K_A K_v K_{H\beta} K_{H\alpha} \frac{(u+1)^3}{u} \cos \beta =$$

$$= \frac{S_{Hmin} Z_E Z_\epsilon Z_H}{Z_N Z_R Z_L Z_x Z_w a_w} \sqrt{\frac{M_{ti}}{2b}} K_A K_v K_{H\beta} K_{H\alpha} \frac{(i^I+1)^3}{i^I} \cos \beta = \frac{1,2 \cdot 190 \cdot 2,48}{1 \cdot 1 \cdot 125} \sqrt{\frac{95000}{2 \cdot 40}} 1,3 \cdot 1,5 \frac{(5+1)^3}{5} \cos 14 =$$

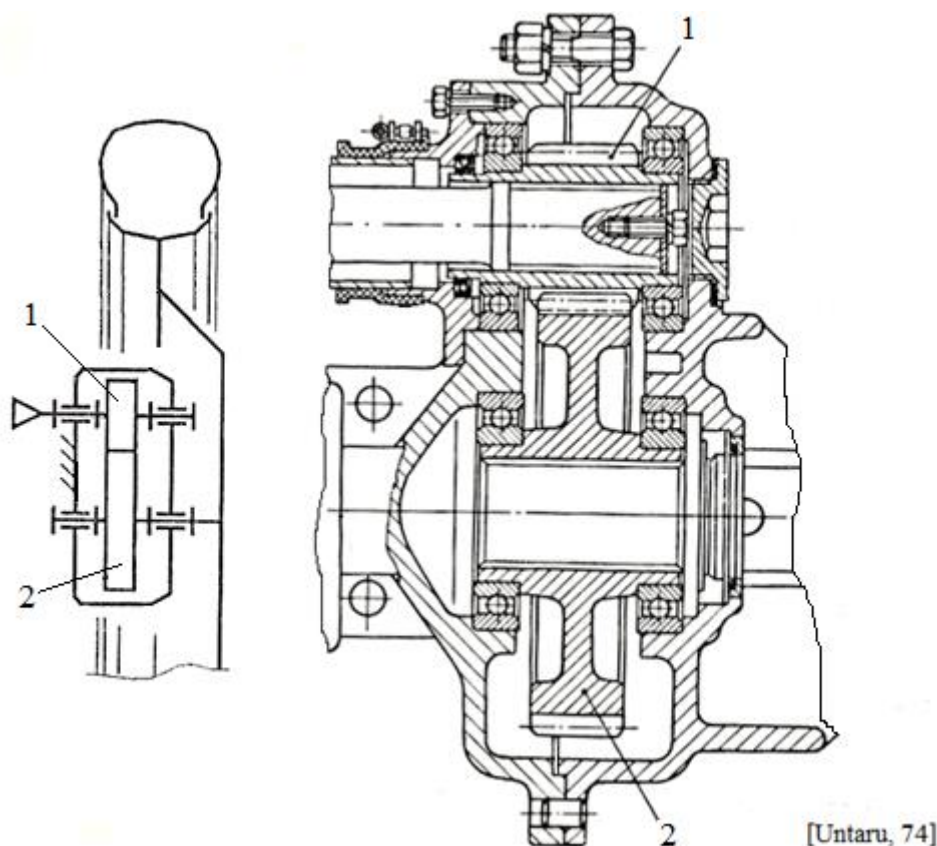
$$= 1409,3 \text{ MPa}.$$

II_3.4

Să se determine modulul angrenajului cilindric cu dantură dreaptă al reductorului final care antrenează roata motoare.

Se dau: raportul de transmitere al angrenajului, $i = 3$; momentul de torsiune rezistent la roata motoare, $M_{te} = 1800$ Nm; randamentul subansamblului angrenajului (inclusiv rulmenții) $\eta = 0,92$; numărul de dinți ai pinionului $z_1 = 17$; tensiunea limită la contact, $\sigma_{Hlim} = 1450$ MPa (material de cimentare); factorul de material, $Z_E = 190 \text{ MPa}^{1/2}$; factorul de formă, $Z_H = 2,45$; factorul minim de siguranță la contact $S_{Hmin} = 1,15$; factorul ciclurilor de solicitare, $Z_N = 1$, produsul factorilor rugozităților (Z_R), de lubrifianț (Z_L), de mărime (Z_x), durităților (Z_w), $Z_N Z_R Z_L Z_x Z_w = 1$; produsul factorilor gradului de acoperire (Z_ϵ) și de formă (Z_H), $Z_\epsilon Z_H = 2,5$; produsul factorilor regimului de funcționare (K_A) și dinamic interior (K_v), $K_A K_v = 1,3$; produsul factorilor distribuției neuniforme a sarcinii de-a lungul liniei de contact ($K_{H\beta}$) și repartizării neuniforme a sarcinii în plan frontal ($K_{H\alpha}$) pentru solicitarea de contact, $K_{H\beta} K_{H\alpha} = 1,4$; produsul factorilor distribuției neuniforme a sarcinii de-a lungul liniei de contact ($K_{F\beta}$), repartizării neuniforme a sarcinii în plan frontal ($K_{F\alpha}$) și al gradului de acoperire (Y_ϵ), pentru solicitarea de încovoiere, $K_{F\beta} K_{F\alpha} Y_\epsilon = 1,3$; factorul de lățime, $\Psi_m = 25$; factorul sintetic, $\left(\frac{Y_{SA} Y_{FA}}{\sigma_{FP}} \right)_{max} = 0,0085 \text{ MPa}^{-1}$.

Structura constructivă: 1 - pinion cilindric; 2 - roată cilindrică.



Rezolvare:

a. Momentul de torsiune al pinionului

$$T_1 = \frac{M_{te}}{\eta \cdot i} = \frac{1800000}{0,92 \cdot 3} = 652173,91 \text{ Nmm.}$$

b. Raportul de angrenare

$$u = i = 3.$$

c. Tensiunea admisibilă la solicitarea de contact,

$$\sigma_{HP} = \frac{\sigma_{Hlim}}{S_{Hmin}} Z_N Z_R Z_L Z_X Z_W = \frac{1450}{1,15} 1 \cdot 1 = 1260,87 \text{ MPa}$$

d. Modulul necesar

Din condiția de rezistență la contact rezultă,

$$m^H = \sqrt[3]{\frac{2 T_1 K_A K_V K_{H\beta} K_{H\alpha}}{\Psi_m z_1^2 \sigma_{HP}^2}} (Z_E Z_\epsilon Z_H)^2 \frac{u+1}{u} = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 652173,91 \cdot 1,3 \cdot 1,4}{25 \cdot 17^2 \cdot 1260,87^2}} (190 \cdot 2,5)^2 \frac{3+1}{3} = 3,961 \text{ mm.}$$

Din condiția de rezistență la încovoiere rezultă,

$$m^F = \sqrt[3]{\frac{2 T_1 K_A K_V K_{F\beta} K_{F\alpha} Y_\epsilon}{\Psi_m z_1}} \left(\frac{Y_{SA} Y_{FA}}{\sigma_{FP}} \right)_{\max} = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 652173,91 \cdot 1,3 \cdot 1,3}{25 \cdot 17}} 0,0085 = 3,532 \text{ mm.}$$

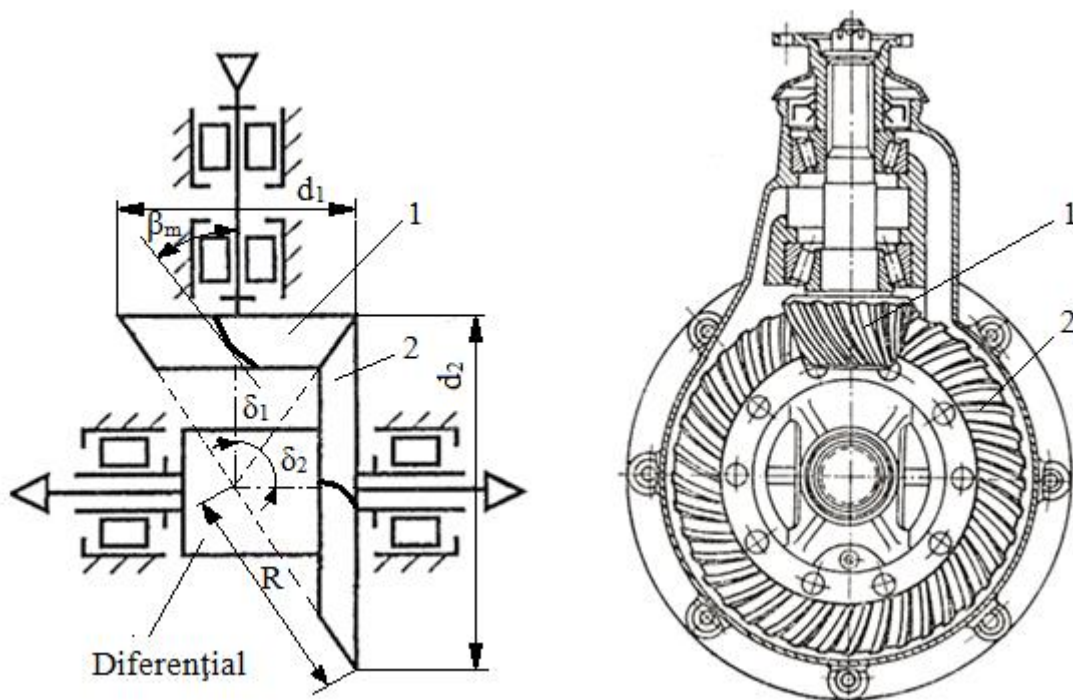
Se observă că solicitarea principală este de contact și se adoptă modulul necesar, $m = \max(m^H, m^F) = 3,961 \text{ mm}$. Se adoptă valoarea standard a modulului, $m = 4 \text{ mm}$.

II_3.5

Să se determine modulul angrenajului conic cu dantură curbă în arc de cerc (Gleason) al transmisiei principale. Se dau: raportul de transmitere al angrenajului, $i = 6$; momentul de torsiune la pinion $M_{ti} = 320 \text{ Nm}$; numărul de dinți ai pinionului $z_1 = 10$; unghiul de înclinare a danturii în plan median, $\beta_m = 35^\circ$, tensiunea limită la contact, $\sigma_{Hlim} = 1450 \text{ MPa}$ (material de cementare); $Z_E = 190 \text{ MPa}^{1/2}$; factorul de formă, $Z_H = 2,45$; factorul minim de siguranță la contact $S_{Hmin} = 1,15$; factorul ciclurilor de solicitare, $Z_N = 1$, produsul factorilor rugozităților (Z_R), de lubrifianț (Z_L), de mărime (Z_X), durităților (Z_W), $Z_R Z_L Z_X Z_W = 1$; produsul factorilor gradului de acoperire (Z_ϵ) și de formă (Z_H), $Z_\epsilon Z_H = 2,5$; produsul factorilor regimului de funcționare (K_A) și dinamic interior (K_V), $K_A K_V = 1,25$; produsul factorilor distribuției neuniforme a sarcinii de-a lungul liniei de contact ($K_{H\beta}$) și repartizării neuniforme a sarcinii în plan frontal ($K_{H\alpha}$) pentru solicitarea de contact, $K_{H\beta} K_{H\alpha} = 1,35$; produsul factorilor distribuției neuniforme a sarcinii de-a lungul liniei de contact ($K_{F\beta}$), repartizării neuniforme a sarcinii

în plan frontal (K_{Fa}) și al gradului de acoperire (Y_ϵ), pentru solicitarea de încovoiere, $K_{F\beta}K_{Fa}Y_\epsilon Y_\beta = 1,3$; factorul sintetic, $\left(\frac{Y_{SA} Y_{FA}}{\sigma_{FP}}\right)_{\max} = 0.009 \text{ MPa}^{-1}$; factorul de lățime, $\Psi_d = 0,7$.

Structura constructivă: 1 - pinion conic (de atac) cu arbore; 2 - roată (coroană) conică.



Rezolvare:

a. Tensiunea admisibilă la solicitarea de contact

$$\sigma_{HP} = \frac{\sigma_{Hlim}}{S_{Hmin}} Z_N Z_R Z_L Z_X Z_W = \frac{1450}{1,15} \cdot 1 \cdot 1 = 1260,87 \text{ MPa}.$$

b. Raportul de angrenare

$$u = i = 6.$$

c. Semiunghiul conului de divizare al pinionului

$$\delta_1 = \arctg \frac{1}{u} = \arctg \frac{1}{6} = 9,46232^\circ \quad (9^\circ 27' 44'')$$

d. Factorul înclinării danturii

$$z_\beta = \sqrt{\cos \beta_m} = 0,905.$$

e. Modulul necesar

Din condiția de rezistență la contact,

$$m_e^H = \frac{1}{z_1} \sqrt[3]{\frac{2 T_1 K_A K_V K_{H\beta} K_{H\alpha}}{\Psi_d (1 - \sin \delta_1)^2} \left(\frac{Z_E Z_\epsilon Z_H z_\beta}{\sigma_{HP}} \right)^2 \frac{\sin \Sigma}{u \sin \delta_1}} =$$

$$\frac{1}{10} \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 320000 \cdot 1,25 \cdot 1,35}{0,7 (1 - \sin 9,46232)^2} \left(\frac{190 \cdot 2,5 \cdot 0,905}{1260,87} \right)^2 \frac{\sin 90}{6 \sin 9,46232}} = 6,38 \text{ mm}.$$

Din condiția de rezistență la încovoiere,

$$m_e^F = \frac{1}{z_1} \sqrt[3]{\frac{2 T_1 z_1 K_A K_V K_{F\beta} K_{Fa} Y_\epsilon Y_\beta}{\Psi_d (1 - \sin \delta_1)^2 \cos \beta_m} \left(\frac{Y_{SA} Y_{FA}}{\sigma_{FP}} \right)_{\max}} = \frac{1}{10} \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 320000 \cdot 10 \cdot 1,25 \cdot 1,3}{0,7 (1 - \sin 9,46232)^2 \cos 35} 0,009} = 6,160 \text{ mm}.$$

Se observă că solicitarea principală este de contact și se adoptă modulul necesar, $m_e = \max(m_e^H, m_e^F) = 6,38 \text{ mm}$. Se adoptă valoarea modului, $m_e = 6,5 \text{ mm}$.

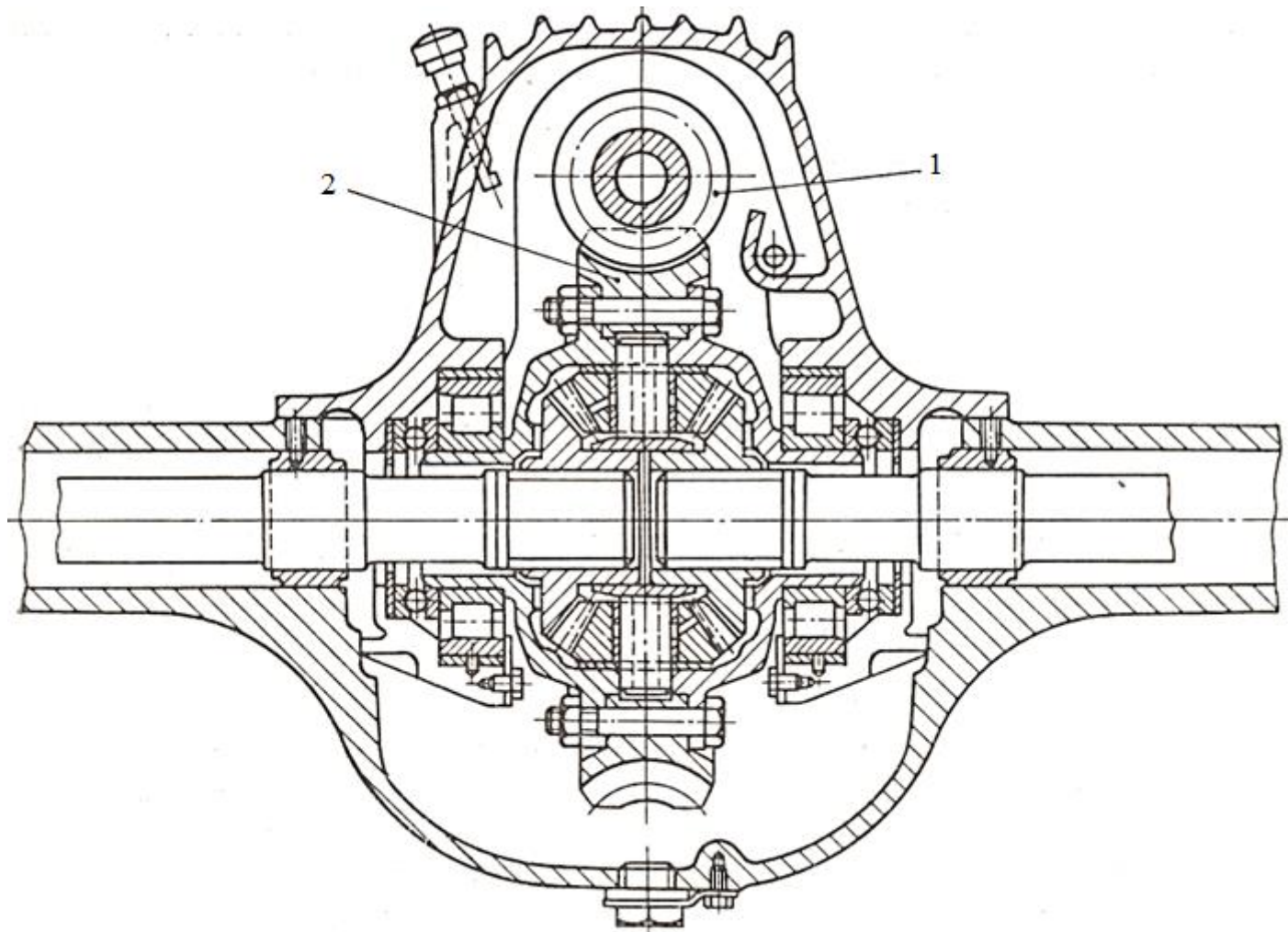
II_3.6

Să se determine modulul angrenajului melcat cilindric al transmisiei principale.

Se dau: raportul de transmitere al angrenajului, $i = 42$; momentul de torsiune la roata melcată $M_{t2} = 3280 \text{ Nm}$; numărul de începuturi (dinți) ale melcului $z_1 = 1$; factorul diametral al melcului $q = 10$; tensiunea limită la contact a materialului roții melcate, $\sigma_{Hlim} = 430 \text{ MPa}$ (bronz, CuSn10Zn); $Z_E = 190 \text{ MPa}^{1/2}$; factorul de formă, $Z_H = 2,5$; factorul minim de siguranță la contact $S_{Hmin} = 1,3$; factorul ciclurilor de solicitare, $Z_N = 1$; produsul factorilor rugozităților (Z_R), de lubrifianț (Z_L), de mărime (Z_X), durităților (Z_W), $Z_N Z_R Z_L Z_X Z_W = 1$; produsul

factorilor regimului de funcționare (K_A) și dinamic interior (K_v), $K_A K_v = 1,35$; factorul distribuției neuniforme a sarcinii de-a lungul liniei de contact, $K_{H\beta} = 1,2$;

Structura constructivă: 1 - melc; 2 - roată (coroană) melcată.



Rezolvare:

a. Tensiunea admisibilă la solicitarea de contact a materialului roții melcate

$$\sigma_{HP2} = \frac{\sigma_{Hlim}}{S_{Hmin}} Z_N Z_R Z_L Z_x Z_w = \frac{430}{1,3} 1 \cdot 1 = 330,77 \text{ MPa.}$$

b. Numărul de dinți ai roții melcate

$$z_2 = z_1 i = 1 \cdot 42 = 42.$$

c. Modulul axial al melcului (frontal al roții) necesar

Din condiția de rezistență la contact rezultă,

$$m_x^H = 1,16 \sqrt[3]{\frac{T_2 K_A K_v K_{H\beta}}{z_2^2 q} \left(\frac{Z_E Z_H}{\sigma_{HP2}} \right)^2} = 1,16 \sqrt[3]{\frac{3280000 \cdot 1,35 \cdot 1,2}{42^2 \cdot 10} \left(\frac{190 \cdot 2,5}{330,77} \right)^2} = 9,89 \text{ mm.}$$

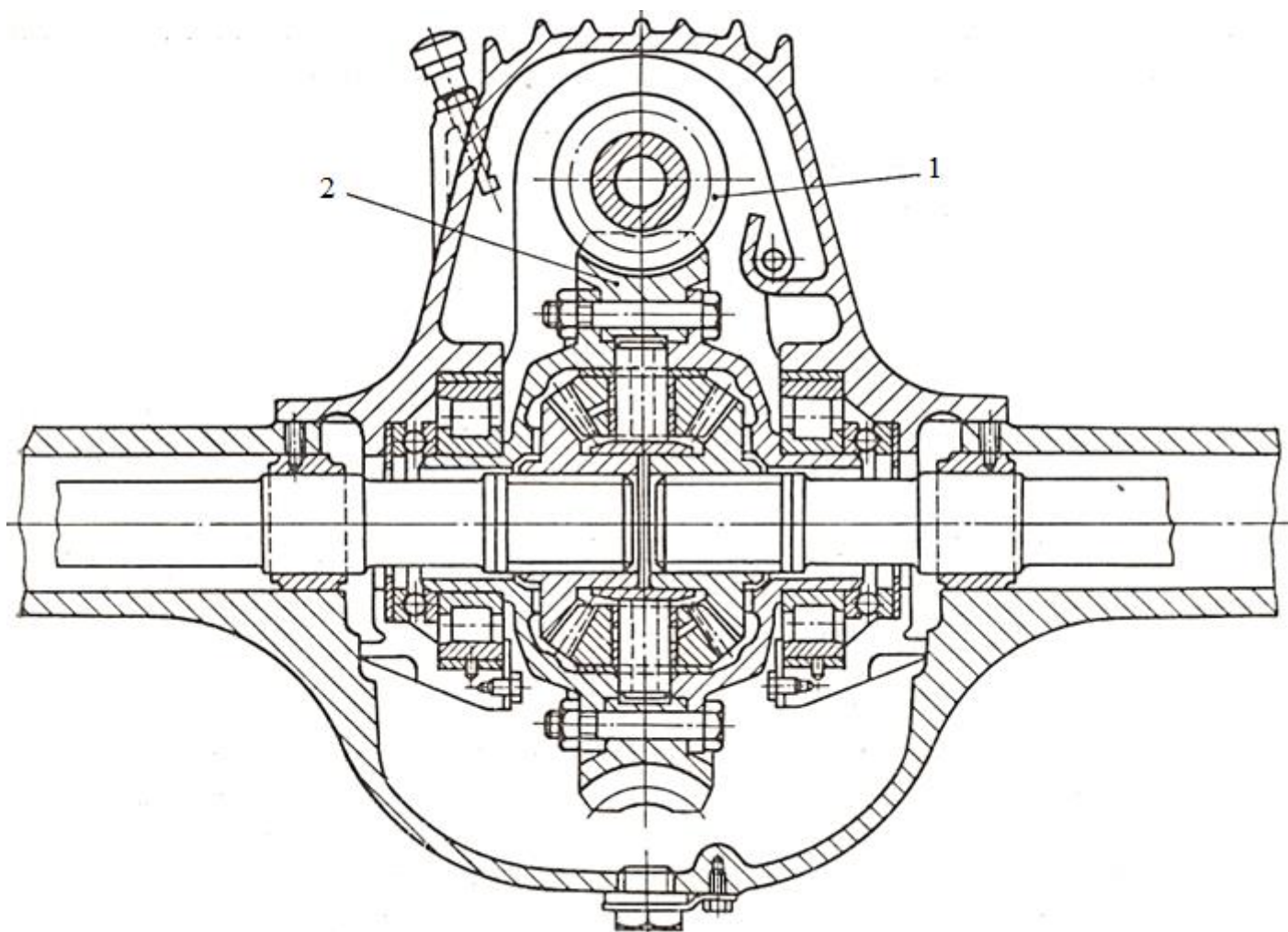
Se adoptă valoarea standard, $m_x = 10 \text{ mm}$.

II_3.7

Să se determine aria suprafeței exterioare a carcasei (inclusiv nervuri) transmisiei principale cu angrenaj melcat din problema anterioară.

Se dau: momentul de torsiune la roata melcată $M_{t2} = 3280 \text{ Nm}$; turația roții melcate $n_2 = 50 \text{ rot/min}$; coeficientul de frecare cu ungere dintre materialele melcului (oțel) și roții (bronz), $\mu = 0,05$; numărul de începuturi (dinți) al melcului $z_1 = 1$; factorul diametral al melcului $q = 10$; unghiul de presiune (angrenare), $\alpha_n = 20^\circ$; unghiul elicei melcului (de înclinare a dinților roții melcate), $\gamma = 5,71^\circ$; temperatura admisibilă a uleiului $t_{u \max} = 85^\circ \text{ C}$; temperatura mediului $t_0 = 20^\circ \text{ C}$; factorul de transfer a căldurii, $K_t = 10 \text{ W/m}^2 \text{ grad}$; coeficientul de transmitere a căldurii în corpul punții, $\Psi = 0,3$.

Structura constructivă: 1 - melc; 2 - roată (coroană) melcată.



Rezolvare:

a. Puterea la roata melcată

$$P_2 = \frac{\pi}{30} M_{t2} n_2 \frac{1}{10^3} = \frac{\pi}{30} 3280 \cdot 50 \frac{1}{10^3} = 17,174 \text{ kW.}$$

b. Randamentul angrenajului

$$\eta = \frac{\operatorname{tg} \gamma}{\operatorname{tg}(\gamma + \varphi')} = \frac{\operatorname{tg} \gamma}{\operatorname{tg}(\gamma + \arctg \frac{\mu}{\cos \alpha_n})} = \frac{\operatorname{tg} 5,71}{\operatorname{tg}(5,71 + \arctg \frac{0,05}{\cos 20})} = 0,6486.$$

c. Puterea la melc

$$P_1 = P_2 \frac{1}{\eta} = 17,174 \frac{1}{0,6486} = 26,478 \text{ kW.}$$

d. Suprafața necesară a carcasei

Din ecuația de bilanț energetic rezultă,

$$S = \frac{(1 - \eta) P_1 10^3}{K_t (1 + \Psi)(t_{\text{umax}} - t_0)} = \frac{(1 - 0,6486) \cdot 26,478 \cdot 10^3}{10 \cdot (1 + 0,3) (85 - 20)} = 11 \text{ m}^2.$$

Observând că suprafața necesară mult prea mare, se adoptă o carcasă cu nervuri de răcire și considerând factorul de transfer a căldurii, $K_t = 30 \text{ W/m}^2\text{grad}$ se obține,

$$S = \frac{(1 - \eta) P_1 10^3}{K_t (1 + \Psi)(t_{\text{umax}} - t_0)} = \frac{(1 - 0,6486) \cdot 26,478 \cdot 10^3}{30 \cdot (1 + 0,3) (85 - 20)} = 3,67 \text{ m}^2.$$

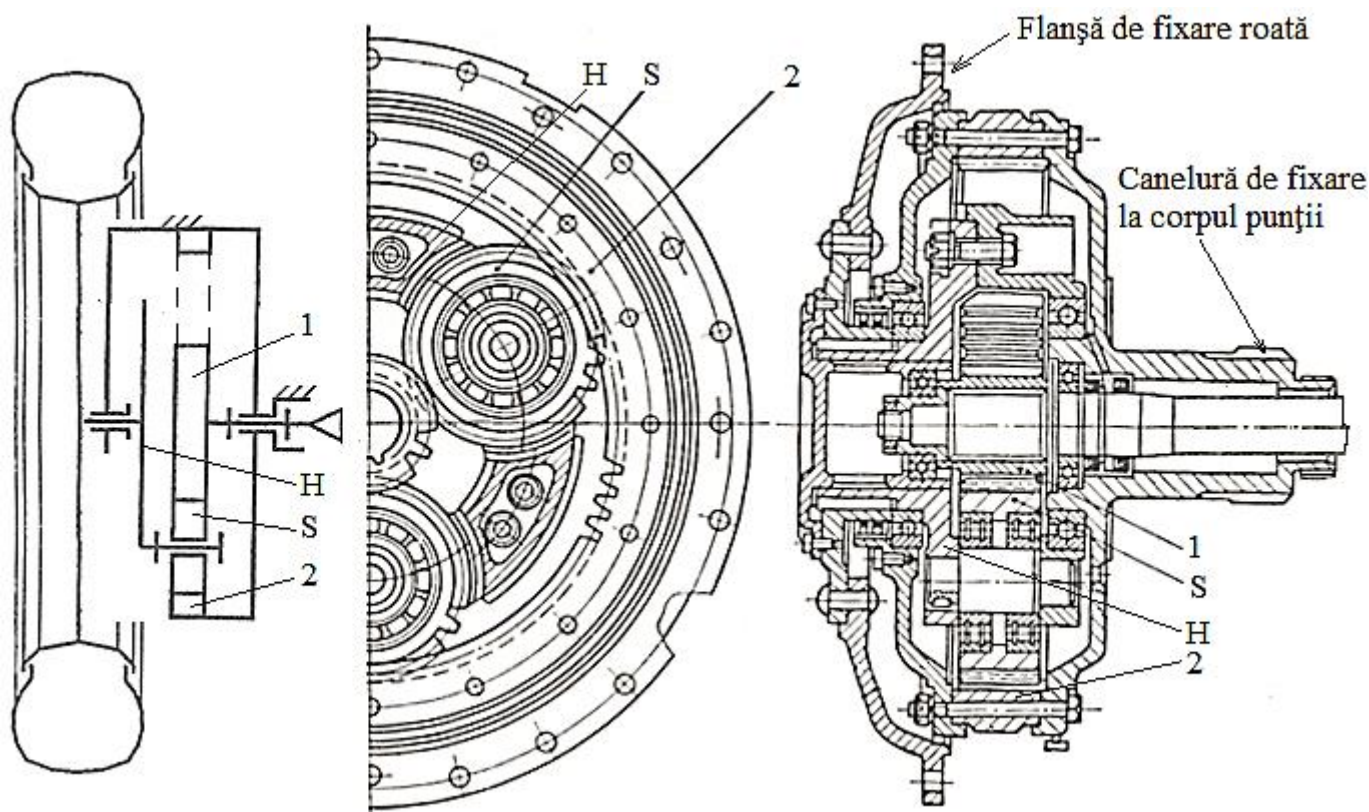
II_3.8

Să se determine coeficienții de siguranță din condiția de rezistență la contact și încovoiere ai angrenajelor reductorului planetar înglobat în roată.

Se dau: turația la ieșire, la roată (brațul portsateți) $n_e = 50 \text{ rot/min}$; momentul de torsiune la ieșire, la roată (brațul portsateți) $M_{te} = 1050 \text{ Nm}$; numărul de sateliți $n_s = 3$; numărul de dinți al roții centrale 1, $z_1 = 27$; numărul de dinți al roții centrale $z_2 = 81$, numărul de dinți ai sateliților $z_s = 27$; modulul $m = 3 \text{ mm}$, lățimea danturii $b = 20 \text{ mm}$; durata de funcționare, $L_h = 8000 \text{ ore}$; tensiunea limită la contact, $\sigma_{Hlim} = 1450 \text{ MPa}$ (material de cementare); tensiunea limită la încovoiere, $\sigma_{Flim} = 400 \text{ MPa}$ (material de cementare); $Z_E = 190 \text{ MPa}^{1/2}$; factorul de formă, $Z_H = 2,45$; factorul minim de siguranță la contact $S_{Hmin} = 1,15$; produsul factorilor

rugozităților (Z_R), de lubrifiant (Z_L), de mărime (Z_x), durităților (Z_w), $Z_R Z_L Z_x Z_w = 1$; produsul factorilor gradului de acoperire (Z_e) și de formă (Z_H), $Z_e Z_H = 2,5$; produsul factorilor regimului de funcționare (K_A) și dinamic interior (K_v), $K_A K_v = 1,3$; produsul factorilor distribuției neuniforme a sarcinii de-a lungul liniei de contact ($K_{H\beta}$) și repartizării neuniforme a sarcinii în plan frontal ($K_{H\alpha}$) pentru solicitarea de contact, $K_{H\beta} K_{H\alpha} = 1,25$; produsul factorilor distribuției neuniforme a sarcinii de-a lungul liniei de contact ($K_{F\beta}$), repartizării neuniforme a sarcinii în plan frontal ($K_{F\alpha}$) și al gradului de acoperire (Y_e), pentru solicitarea de încovoiere, $K_{F\beta} K_{F\alpha} Y_e = 1,2$; produsul factorilor de concentrare (Y_{Sa1}) a tensiunilor și de formă (Y_{Fa1}), $Y_{Sa1} Y_{Fa1} = Y_{Sa2} Y_{Fa2} = 3,5 \dots 5$; $Y_{ST} = 2$, factorul tensiunii de încovoiere de referință; produsul factorilor rugozităților racordărilor ($Y_{R1,2}$), concentratorilor de tensiuni ($Y_{\delta 1,2}$) și de mărime (Y_x), $Y_{R1} Y_{\delta 1} Y_x = Y_{R2} Y_{\delta 2} Y_x = 1$; se neglijează frecările; se adoptă dantură dreaptă nedeplasată.

Structura constructivă: 1 - roată centrală cilindrică; 2 - roată (coroană) cilindrică; S - satelit; H - suport (braț) sateliți.



Rezolvare:

a. Rapoarte de transmitere

Raportul de transmitere interior (cu axe fixe),

$$i_0 = -\frac{z_2}{z_1} = -\frac{81}{27} = -3.$$

Raportul de transmitere al unității planetare cu roata centrală 2 fixă (relația lui Willis),

$$i_{1H}^2 = 1 - i_0 = 1 - (-3) = 4.$$

Verificarea condiției de coaxialitate,

$$z_2 - z_1 = 2 z_s; 81 - 27 = 2 \cdot 27.$$

b. Verificarea condiției de montaj

Pentru ca dinții sateliților să intre în golurile roților centrale 1 și 2 se impune condiția, $z_2 + z_1 = n_s N$; $81 + 27 = 3 \cdot 36$ (se verifică), unde, $N = 36$, număr întreg.

c. Turația la intrare în reductorul planetar

$$n_i = n_e i_{1H}^2 = 50 \cdot 4 = 200 \text{ rot/min.}$$

d. Momentul de torsiune la intrare în reductorul planetar,

$$M_{ti} = \frac{M_{te}}{i_{1H}^2} = \frac{1050}{4} = 262,5 \text{ Nm.}$$

e. Parametri geometrici principali ai angrenajelor

Diametrul de divizare al roților,

$$d_1 = m z_1 = 3 \cdot 27 = 81 \text{ mm;}$$

$$d_s = m z_s = 3 \cdot 27 = 81 \text{ mm};$$

$$d_2 = m z_2 = 3 \cdot 81 = 243 \text{ mm};$$

f. Distanțele dintre axele roților angrenajelor

Distanța dintre axele roților angrenajului exterior (dintre roata 1 și sateliți) este aceeași cu distanța dintre axele roților angrenajului interior (dintre sateliți și roata 2) și deci,

$$a = \frac{m(z_1 + z_s)}{2} = \frac{m(z_2 - z_s)}{2} = \frac{3(27 + 27)}{2} = \frac{3(81 - 27)}{2} = 81 \text{ mm}.$$

g. Coeficientul de siguranță efectiv la solicitarea de contact din angrenajul exterior

Considerând angrenajul exterior un angrenaj cu axe fixe (pinionul, indice 1, este roata centrală 1 considerată conducătoare și roata, indice 2, este satelitul condus), coeficientul de siguranță la solicitarea de contact se determină cu relația,

$$s_H^e = \frac{\sigma_{Hlim} Z_N}{\sigma_H} Z_R Z_L Z_x Z_w,$$

în care,

$$\sigma_H = \frac{Z_E Z_\epsilon Z_H}{a_w} \sqrt{\frac{T_1}{2b} K_A K_V K_{H\beta} K_{H\alpha} \frac{(u+1)^3}{u}} \text{ este tensiunea efectivă de contact,}$$

$$Z_N = \min(Z_{N1}, Z_{N2}) = \min\left(\sqrt[6]{\frac{N_{BH}}{N_{L1}}}, \sqrt[6]{\frac{N_{BH}}{N_{L2}}}\right) = \min\left(\sqrt[6]{\frac{N_{BH}}{60 n_1 L_h \chi_1}}, \sqrt[6]{\frac{N_{BH}}{60 n_2 L_h \chi_2}}\right), \text{ factorul ciclurilor de}$$

solicitare pentru $N_{L1,2} \geq N_{BH}$; $Z_N = 1$ pentru $N_{L1,2} < N_{BH}$.

Parametrii din aceste relații sunt: $u = z_2/z_1 = z_s/z_1 = 27/27 = 1$, raportul de angrenare; $a_w = a = 81 \text{ mm}$, distanța dintre axe; $T_1 = M_{ti}/\chi_1 = 262,5/3 = 87,5 \text{ Nm}$, momentul de torsiune al pinionului; $n_1 = n_i = 200 \text{ rot/min}$, turația pinionului; $\chi_1 = 3$, numărul de roți cu care angrenează pinionul; $n_2 = n_1/u = 200/1 = 200 \text{ rot/min}$, turația pinionului; $\chi_2 = 1$, numărul de roți cu care angrenează roata; $N_{BH} = 5 \cdot 10^7$, numărul de cicluri de funcționare de bază pentru solicitarea de contact (pentru materiale de cementare);

$$\sigma_H = \frac{Z_E Z_\epsilon Z_H}{a_w} \sqrt{\frac{T_1}{2b} K_A K_V K_{H\beta} K_{H\alpha} \frac{(u+1)^3}{u}} = \frac{2,5 \cdot 190}{81} \sqrt{\frac{87500}{2 \cdot 20} 1,3 \cdot 1,25 \frac{(1+1)^3}{1}} = 988,903 \text{ MPa}.$$

$$Z_N = \min\left(\sqrt[6]{\frac{N_{BH}}{60 n_1 L_h \chi_1}}; \sqrt[6]{\frac{N_{BH}}{60 n_2 L_h \chi_2}}\right) = \min\left(\sqrt[6]{\frac{5 \cdot 10^7}{60 \cdot 200 \cdot 7000 \cdot 3}}; \sqrt[6]{\frac{5 \cdot 10^7}{60 \cdot 200 \cdot 7000 \cdot 1}}\right) = \min(0,764;$$

$$0,917) = 0,747.$$

Valoarea coeficientului de siguranță efectiv la solicitarea de contact din angrenajul exterior,

$$s_H^e = \frac{\sigma_{Hlim} Z_N}{\sigma_H} Z_R Z_L Z_x Z_w = \frac{1450 \cdot 0,764}{988,903} 1 = 1,1202.$$

h. Coeficientul de siguranță efectiv la solicitarea de contact din angrenajului interior

Considerând angrenajul interior un angrenaj cu axe fixe (pinionul, indice 1, este satelitul considerat conducător și roata cu dantură interioară, indice 2, este condusă), coeficientul de siguranță la solicitarea de contact se determină cu relația,

$$s_H^i = \frac{\sigma_{Hlim} Z_N}{\sigma_H} Z_R Z_L Z_x Z_w,$$

în care,

$$\sigma_H = \frac{Z_E Z_\epsilon Z_H}{a_w} \sqrt{\frac{T_1}{2b} K_A K_V K_{H\beta} K_{H\alpha} \frac{(u-1)^3}{u}} \text{ este tensiunea efectivă de contact,}$$

$$Z_N = \min(Z_{N1}, Z_{N2}) = \min\left(\sqrt[6]{\frac{N_{BH}}{N_{L1}}}, \sqrt[6]{\frac{N_{BH}}{N_{L2}}}\right) = \min\left(\sqrt[6]{\frac{N_{BH}}{60 n_1 L_h \chi_1}}, \sqrt[6]{\frac{N_{BH}}{60 n_2 L_h \chi_2}}\right), \text{ factorul ciclurilor de}$$

solicitare pentru $N_{L1,2} \geq N_{BH}$; $Z_N = 1$ pentru $N_{L1,2} < N_{BH}$.

Parametrii din aceste relații sunt: $u = z_2/z_1 = z_2/z_s = 81/27 = 3$, raportul de angrenare; $a_w = a = 81 \text{ mm}$, distanța dintre axe; $T_1 = M_{ti} (z_s/z_1) / 3 = 262,5 (27/27) / 3 = 87,5 \text{ Nm}$, momentul de torsiune al pinionului; $n_1 = n_i / (z_s/z_1) = 200 / (27/27) = 200 \text{ rot/min}$, turația pinionului; $\chi_1 = 1$, numărul de roți cu care angrenează pinionul; $n_2 = n_1 / u = 200/3 = 66,66 \text{ rot/min}$, turația roții; $\chi_2 = 3$, numărul de roți cu care angrenează roata; $N_{BH} = 5 \cdot 10^7$, numărul de cicluri de funcționare de bază pentru solicitarea de contact (pentru materiale de cementare);

$$\sigma_H = \frac{Z_E Z_\epsilon Z_H}{a_w} \sqrt{\frac{T_1}{2b} K_A K_V K_{H\beta} K_{H\alpha} \frac{(u-1)^3}{u}} = \frac{2,5 \cdot 190}{81} \sqrt{\frac{87500}{2 \cdot 20} 1,3 \cdot 1,25 \frac{(3-1)^3}{3}} = 570,936 \text{ MPa}.$$

$$Z_N = \min\left(\sqrt[6]{\frac{N_{BH}}{60 n_1 L_h \chi_1}}; \sqrt[6]{\frac{N_{BH}}{60 n_2 L_h \chi_2}}\right) = \min\left(\sqrt[6]{\frac{5 \cdot 10^7}{60 \cdot 200 \cdot 7000 \cdot 1}}; \sqrt[6]{\frac{5 \cdot 10^7}{60 \cdot 66,66 \cdot 7000 \cdot 3}}\right) = \min(0,917;$$

$$0,917) = 0,917.$$

Valoarea coeficientului de siguranță efectiv la solicitarea de contact din angrenajul interior,

$$s_H^i = \frac{\sigma_{Hlim} Z_N}{\sigma_H} Z_R Z_L Z_x Z_w = \frac{1450 \cdot 0,917}{570,936} 1 = 2,3281.$$

i. Coeficientul de siguranță efectiv la solicitarea de încovoiere a dinților roților angrenajului exterior

Considerând angrenajul exterior un angrenaj cu axe fixe (pinionul, indice 1, este roata centrală 1 considerată conducătoare și roata, indice 2, este satelitul condus), coeficientul de siguranță la solicitarea de încovoiere se determină cu relația,

$$s_F^e = \min (s_{F1}^e; s_{F2}^e) = \min \left(\frac{\sigma_{Flim} Y_{N1} Y_{ST}}{\sigma_{F1}} Y_{R1} Y_{\delta 1} Y_x; \frac{\sigma_{Flim} Y_{N2} Y_{ST}}{\sigma_{F2}} Y_{R2} Y_{\delta 2} Y_x \right),$$

în care,

$$\sigma_{F1,2} = \frac{T_1 z_1 (u+1)}{2 b_{1,2} a_w^2} K_A K_v K_{F\beta} K_{F\alpha} Y_\epsilon Y_{Sa1,2} Y_{Fa1,2} \text{ sunt tensiunile efective de încovoiere,}$$

$$Y_{N1,2} = \sqrt[9]{\frac{N_{BF}}{N_{L1,2}}} = \sqrt[9]{\frac{N_{BF}}{60 n_{1,2} L_h \chi_{1,2}}} \text{ factorii ciclurilor de solicitare pentru } N_{L1,2} \geq N_{BH}; Y_{N1,2} = 1 \text{ pentru } N_{L1,2} < N_{BH}.$$

Parametrii din aceste relații sunt: $u = z_2/z_1 = z_s/z_1 = 27/27 = 1$, raportul de angrenare; $a_w = a = 81$ mm, distanța dintre axe; $T_1 = M_{ti}/\chi_1 = 262,5/3 = 87,5$ Nm, momentul de torsiune al pinionului; $n_1 = n_i = 200$ rot/min, turația pinionului; $\chi_1 = 3$, numărul de roți cu care angrenează pinionul; $n_2 = n_1/u = 200/1 = 200$ rot/min, turația pinionului; $\chi_2 = 1$, numărul de roți cu care angrenează roata; $N_{BF} = 3 \cdot 10^6$, numărul de cicluri de funcționare de bază pentru solicitarea de încovoiere (pentru materiale de cementare); $b_1 = b_2 = b = 20$ mm;

$$\sigma_{F1,2} = \frac{T_1 z_1 (u+1)}{2 b_{1,2} a_w^2} K_A K_v K_{F\beta} K_{F\alpha} Y_\epsilon Y_{Sa1,2} Y_{Fa1,2} = \frac{87500 \cdot 27 (1+1)}{2 \cdot 20 \cdot 81^2} 1,3 \cdot 1,25 \cdot 1,2 \cdot 4 = 140,43 \text{ MPa,}$$

$$Y_{N1} = \sqrt[9]{\frac{N_{BF}}{60 n_1 L_h \chi_1}} = \sqrt[9]{\frac{3 \cdot 10^6}{60 \cdot 200 \cdot 7000 \cdot 3}} = 0,61; Y_{N2} = \sqrt[9]{\frac{N_{BF}}{60 n_2 L_h \chi_2}} = \sqrt[9]{\frac{3 \cdot 10^6}{60 \cdot 200 \cdot 7000 \cdot 1}} = 0,69.$$

Valoarea coeficientului de siguranță efectiv la solicitarea de încovoiere a dinților roților angrenajului exterior,

$$s_F^e = \min \left(\frac{\sigma_{Flim} Y_{N1} Y_{ST}}{\sigma_{F1}} Y_{R1} Y_{\delta 1} Y_x; \frac{\sigma_{Flim} Y_{N2} Y_{ST}}{\sigma_{F2}} Y_{R2} Y_{\delta 2} Y_x \right) = \min \left(\frac{400 \cdot 0,69 \cdot 2}{140,43} 1; \frac{400 \cdot 0,61 \cdot 2}{140,43} 1 \right) =$$

$$\min (3,93; 3,47) = 3,47.$$

j. Coeficientul de siguranță efectiv la solicitarea de încovoiere a dinților roților angrenajului interior

Considerând angrenajul interior un angrenaj cu axe fixe (pinionul, indice 1, este satelitul considerat conducător și roata cu dantură interioară, indice 2, este condusă), coeficientul de siguranță la solicitarea de contact se determină cu relația,

$$s_F^i = \min (s_{F1}^i; s_{F2}^i) = \min \left(\frac{\sigma_{Flim} Y_{N1} Y_{ST}}{\sigma_{F1}} Y_{R1} Y_{\delta 1} Y_x; \frac{\sigma_{Flim} Y_{N2} Y_{ST}}{\sigma_{F2}} Y_{R2} Y_{\delta 2} Y_x \right),$$

în care,

$$\sigma_{F1,2} = \frac{T_1 z_1 (u-1)}{2 b_{1,2} a_w^2} K_A K_v K_{F\beta} K_{F\alpha} Y_\epsilon Y_{Sa1,2} Y_{Fa1,2} \text{ sunt tensiunile efective de încovoiere,}$$

$$Y_{N1,2} = \sqrt[9]{\frac{N_{BF}}{N_{L1,2}}} = \sqrt[9]{\frac{N_{BF}}{60 n_{1,2} L_h \chi_{1,2}}} \text{ factorii ciclurilor de solicitare pentru } N_{L1,2} \geq N_{BH}; Y_{N1,2} = 1 \text{ pentru } N_{L1,2} < N_{BH}.$$

Parametrii din aceste relații sunt: $u = z_2/z_1 = z_s/z_s = 81/27 = 3$, raportul de angrenare; $a_w = a = 81$ mm, distanța dintre axe; $T_1 = M_{ti} (z_s/z_1) / 3 = 262,5 (27/27) / 3 = 87,5$ Nm, momentul de torsiune al pinionului; $n_1 = n_i / (z_s/z_1) = 200 / (27/27) = 200$ rot/min, turația pinionului; $\chi_1 = 1$, numărul de roți cu care angrenează pinionul; $n_2 = n_1 / u = 200/3 = 66,66$ rot/min, turația roții; $\chi_2 = 3$, numărul de roți cu care angrenează roata; $N_{BF} = 3 \cdot 10^6$, numărul de cicluri de funcționare de bază pentru solicitarea de încovoiere (pentru materiale de cementare); $b_1 = b_2 = b = 20$ mm;

$$\sigma_{F1,2} = \frac{T_1 z_1 (u-1)}{2 b_{1,2} a_w^2} K_A K_v K_{F\beta} K_{F\alpha} Y_\epsilon Y_{Sa1,2} Y_{Fa1,2} = \frac{87500 \cdot 27 (3-1)}{2 \cdot 20 \cdot 81^2} 1,3 \cdot 1,25 \cdot 1,2 \cdot 4 = 140,43 \text{ MPa,}$$

$$Y_{N1} = \sqrt[9]{\frac{N_{BF}}{60 n_1 L_h \chi_1}} = \sqrt[9]{\frac{3 \cdot 10^6}{60 \cdot 200 \cdot 7000 \cdot 1}} = 0,69; Y_{N2} = \sqrt[9]{\frac{N_{BF}}{60 n_2 L_h \chi_2}} = \sqrt[9]{\frac{3 \cdot 10^6}{60 \cdot 66,66 \cdot 7000 \cdot 3}} = 0,69.$$

Valoarea coeficientului de siguranță efectiv la solicitarea de încovoiere a dinților roților angrenajului interior,

$$s_F^e = \min \left(\frac{\sigma_{Flim} Y_{N1} Y_{ST}}{\sigma_{F1}} Y_{R1} Y_{\delta 1} Y_x; \frac{\sigma_{Flim} Y_{N2} Y_{ST}}{\sigma_{F2}} Y_{R2} Y_{\delta 2} Y_x \right) = \min \left(\frac{400 \cdot 0,69 \cdot 2}{140,43} 1; \frac{400 \cdot 0,69 \cdot 2}{140,43} 1 \right) = \min (3,93; 3,93) = 3,93.$$

k. Verificarea angrenajelor

Verificarea angrenajului exterior: $s_H^e \geq s_{Hmin}$ și $s_F^e \geq s_{Fmin}$ $1,1202 \geq (1 \dots 1,3)$ și $3,47 > 1,5$ (se verifică).

Verificarea angrenajului interior: $s_H^i \geq s_{Hmin}$ și $s_F^i \geq s_{Fmin}$ $2,3281 > (1 \dots 1,3)$ și $3,93 > 1,5$ (se verifică).

Obs. Se observă că angrenajul interior este supradimensionat.