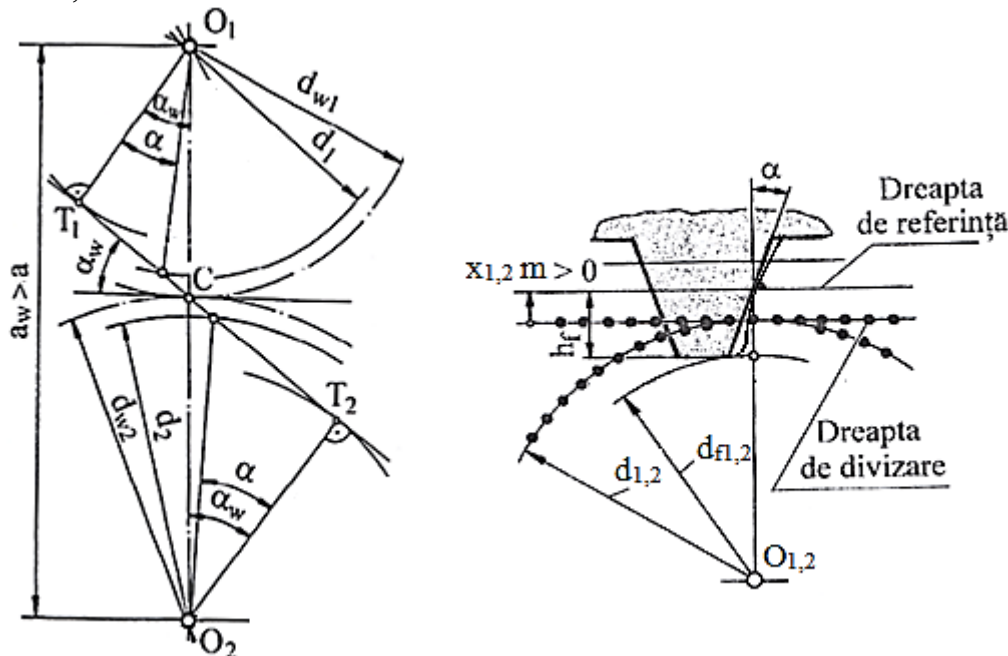


II_1 GEOMETRIA ANGRENAJELOR

II_1.1.

Să se determine parametrii geometrici principali ai angrenajului cilindric cu dantură dreaptă cu distanța dintre axe impusă.

Se dau: modulul danturii, $m = 3\text{ mm}$; numărul de dinți ai pinionului, $z_1 = 19$; numărul de dinți ai roții, $z_2 = 87$; distanța dintre axe impusă, $a_w = 160\text{ mm}$; parametrii cremalierei de referință: unghiul profilului de referință, $\alpha = 20^\circ$; coeficientul înălțimii capului dintelui de referință, $h_a^* = h_a/m = 1$; coeficientul jocului la capul dintelui de referință, $c^* = c/m = 0,25$.



Rezolvare:

a. Distanța dintre axe de referință

$$a = \frac{m(z_1 + z_2)}{2} = \frac{3(19 + 87)}{2} = 159\text{ mm}.$$

b. Verificarea condiției de realizare a distanței dintre axe, impusă

Se adoptă distanța dintre axe impusă $a_w = 160\text{ mm}$.

Condiția de realizare a distanței dintre axe impusă, $a_w - a \leq (1 \dots 1,2) m$, $160 - 159 < (1 \dots 1,2) 3$; $1 < 3$; se va urmări dezvoltarea unui angrenaj cu distanța dintre axe impusă cu roți cu deplasări de profil plus care, în plus, conduce și la creșterea rezistenței la contact și încovoiere.

c. Unghiul real de angrenare (presiune)

$$\alpha_w = \arccos\left(\frac{a}{a_w} \cos \alpha\right) = \arccos\left(\frac{159}{160} \cos 20^\circ\right) = 20,961737^\circ (20^\circ 57' 42'').$$

d. Coeficientul deplasării totale (sumă a coeficienților deplasărilor de profil ale roților).

$$x_s = x_1 + x_2 = \frac{(\text{inv } \alpha_w - \text{inv } \alpha)(z_2 + z_1)}{2 \tan \alpha} = \frac{(\tan \alpha_w - \tan \alpha - \frac{\pi}{180}(\alpha_w - \alpha))(z_2 + z_1)}{2 \tan \alpha} =$$

$$\frac{(\tan 20,961737 - \tan 20 - \frac{\pi}{180}(20,961737 - 20))(19 + 87)}{2 \tan 20} = 0,3410772.$$

e. Coeficienții deplasărilor de profil

Considerând, valorile coeficienților deplasărilor de profil ale roților dependente invers proporțional de numerele de dinți și deci, ținând cont de relațiile: $x_1 \cdot z_1 = x_2 \cdot z_2$, $x_s = x_1 + x_2$, rezultă:

$$x_1 = \frac{x_s}{1 + \frac{z_1}{z_2}} = \frac{0,3410772}{1 + \frac{19}{87}} = 0,27994,$$

$$x_2 = \frac{x_s}{1 + \frac{z_2}{z_1}} = \frac{0,3410772}{1 + \frac{87}{19}} = 0,0611372.$$

f. Diametrele cercurilor de divizare și rostogolire

Diametrele cercurilor de divizare:

$$d_1 = m z_1 = 3 \cdot 19 = 57\text{ mm}.$$

$$d_2 = m z_2 = 3 \cdot 87 = 261 \text{ mm.}$$

Diametrele cercurilor de rostogolire:

$$d_{w1} = m z_1 \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} = 3 \cdot 19 \frac{\cos 20}{\cos 20,961737} = 57,35849 \text{ mm,}$$

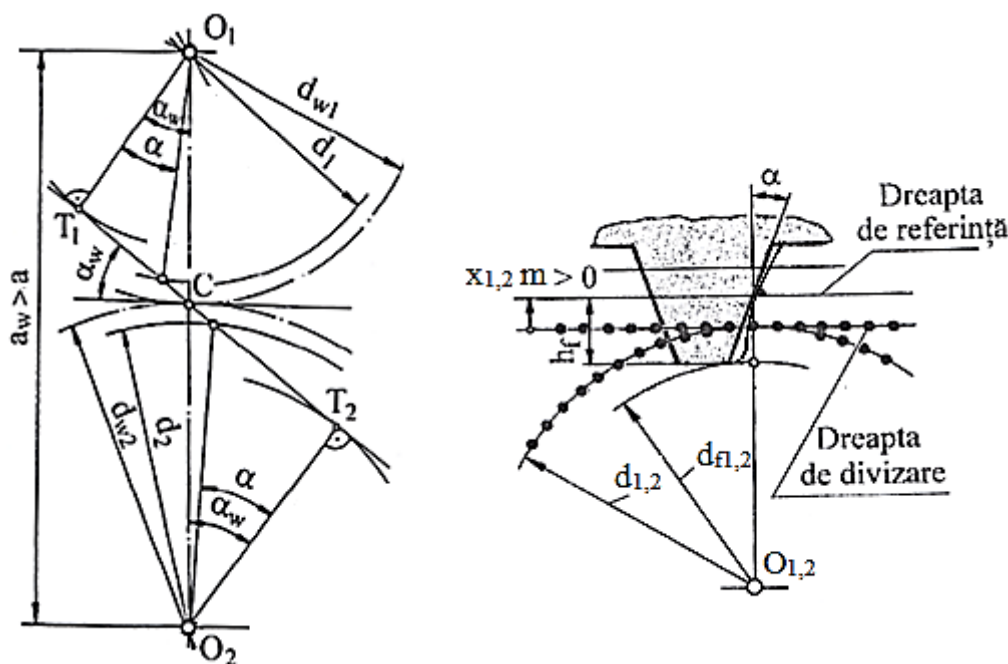
$$d_{w2} = m z_2 \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} = 3 \cdot 87 \frac{\cos 20}{\cos 20,961737} = 262,64151 \text{ mm.}$$

Verificarea condiției de angrenare: $(d_{w1} + d_{w2})/2 = a_w$: $(57,35849 + 262,64151)/2 = 160$.

II_1.2.

Să se determine parametrii principali de definire ai angrenajului cilindric cu dantură înclinată cu distanța dintre axe impusă.

Se dau: modulul danturii, $m_n = 2,5 \text{ mm}$; numărul de dinți ai pinionului, $z_1 = 17$; raportul de transmitere $i = 4$; distanța reală dintre axe, $a_w = 112 \text{ mm}$; unghiul de înclinare a danturii de referință, $\beta = 15^\circ$; parametrii cremalierii de referință: unghiul profilului de referință (de presiune), $\alpha_n = 20^\circ$, coeficientul înălțimii capului dintelui de referință, $h_{an}^* = h_{an}/m_n = 1$, coeficientul jocului la capul dintelui de referință, $c_n^* = c/m_n = 0,25$.



Rezolvare:

a. Distanța dintre axe de referință

$$a = \frac{m_n z_1 (1+i)}{2 \cos \beta} = \frac{2,5 \cdot 17 (1+4)}{2 \cos 15} = 109,9981 \text{ mm.}$$

b. Verificarea condiției de realizare a distanței reale dintre axe, impusă

Se adoptă distanța dintre axe impusă $a_w = 112 \text{ mm}$.

Condiția de realizare a distanței dintre axe impusă, $a_w - a \leq (1 \dots 1,2) m_n$, $112 - 109,998 < (1 \dots 1,2) 2,5$; $2,0019 < 2,5$; se va urmări dezvoltarea unui angrenaj cu distanța dintre axe impusă cu roți cu deplasări de profil plus care, în plus, conduce și la creșterea rezistenței la contact și încovoiere.

c. Unghiul de angrenare (presiune) în plan frontal

$$\alpha = \arctg \frac{\tg \alpha_n}{\cos \beta} = \arctg \frac{\tg 20}{\cos 15} = 20,6469^\circ (20^\circ 38' 49'').$$

d. Unghiul real de angrenare (presiune)

$$\alpha_w = \arccos \left(\frac{a}{a_w} \cos \alpha \right) = \arccos \left(\frac{109,9981}{112} \cos 20,6469 \right) = 23,21311^\circ (23^\circ 12' 47'').$$

e. Coeficientul deplasării totale (sumă a coeficienților deplasărilor de profil ale roților în plan normal)

$$x_{sn} = x_{n1} + x_{n2} = \frac{(\text{inv } \alpha_w - \text{inv } \alpha)(z_2 + z_1)}{2 \tg \alpha \cos \beta} = \frac{(\tg \alpha_w - \tg \alpha - \frac{\pi}{180}(\alpha_w - \alpha)) z_1 (i+1)}{2 \tg \alpha \cos \beta} =$$

$$\frac{(\tg 23,21311 - \tg 20,6469 - \frac{\pi}{180}(23,21311 - 20,6469)) 17(4+1)}{2 \tg 20,6469 \cos 15} = 0.84923.$$

f. Coeficienții deplasărilor de profil

Valorile coeficienților deplasărilor de profil în plan normal ale roților, adoptând că acestea sunt invers proporționale cu numerele de dinți, și deci, ținând cont de relațiile: $x_{n1} \cdot z_1 = x_{n2} \cdot z_2$, $x_{ns} = x_{n1} + x_{n2}$, sunt:

$$x_{n1} = \frac{x_{ns}}{1 + \frac{z_1}{z_2}} = \frac{0.84923}{1 + \frac{1}{i}} = 0,67938,$$

$$x_{n2} = \frac{x_s}{1 + \frac{z_2}{z_1}} = \frac{0.85258}{1 + i} = 0,16985 \text{ sau } x_{n2} = x_{ns} - x_{n1} = 0.84923 - 0,67938 = 0,16985.$$

Coeficienții deplasărilor de profil în plan frontal ale roților,

$$x_1 = x_{n1} \cos \beta = 0,67938 \cos 15 = 0,65623,$$

$$x_2 = x_{n2} \cos \beta = 0,16985 \cos 15 = 0,164062.$$

g. Verificarea condiției de evitare a subțierii dintelui pinionului,

$$x_{n1} > \frac{14 - z_1}{17}; 0,656230 > \frac{14 - 17}{17} = -0,176.$$

h. Diametrele cercurilor de divizare și rostogolire

Diametrele cercurilor de divizare,

$$d_1 = \frac{m_n z_1}{\cos \beta} = \frac{2,5 \cdot 17}{\cos 15} = 43,99924 \text{ mm.}$$

$$d_2 = \frac{m_n z_2}{\cos \beta} = \frac{2,5 \cdot z_1 \cdot i}{\cos 15} = \frac{2,5 \cdot 17 \cdot 4}{\cos 15} = 175,99695 \text{ mm.}$$

Diametrele cercurilor de rostogolire,

$$d_{w1} = \frac{m_n z_1}{\cos \beta} \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} = \frac{2,5 \cdot 17}{\cos 15} \frac{\cos 20,6469}{\cos 23,21311} = 44,79999 \text{ mm,}$$

$$d_{w2} = \frac{m_n z_2}{\cos \beta} \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} = \frac{m_n \cdot z_1 \cdot i}{\cos 15} \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} = \frac{2,5 \cdot 17 \cdot 4}{\cos 15} \frac{\cos 20,6469}{\cos 23,21311} = 179,19998 \text{ mm.}$$

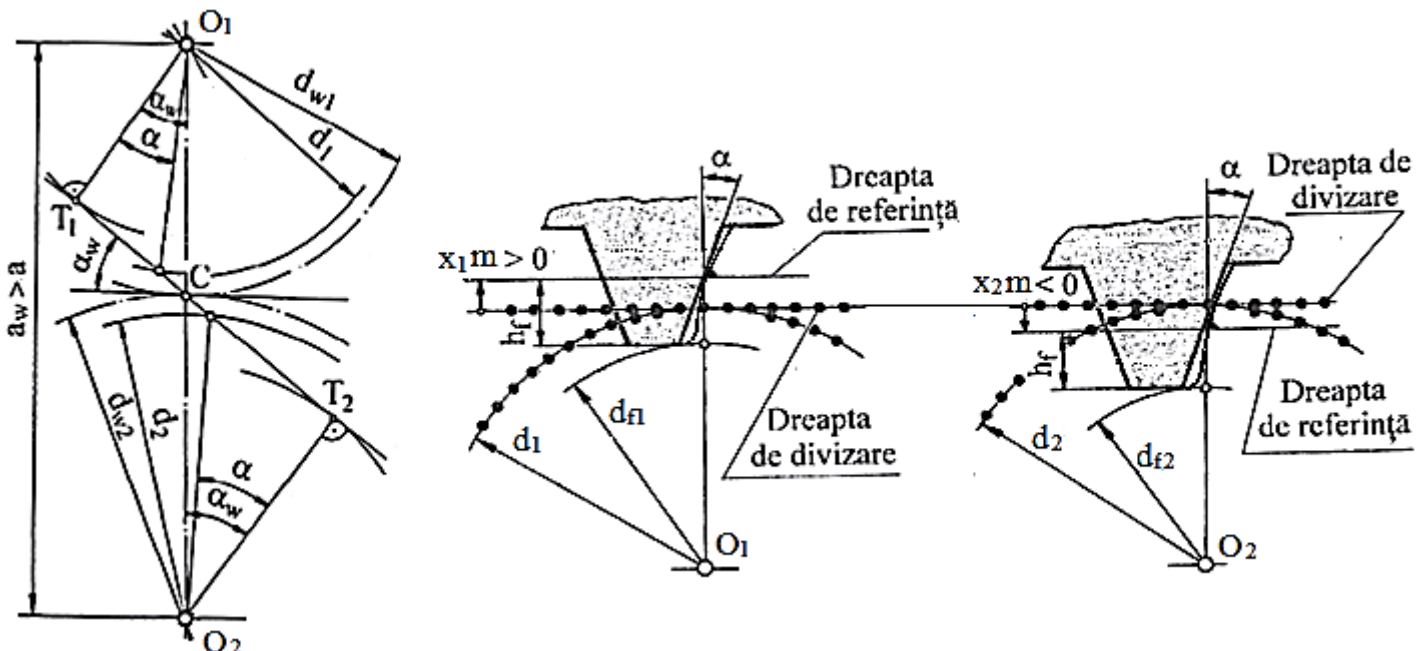
Verificarea condiției de angrenare, $(d_{w1} + d_{w2})/2 = a_w$: $(44,79999 + 179,19998)/2 = 111,99999$ (se verifică).

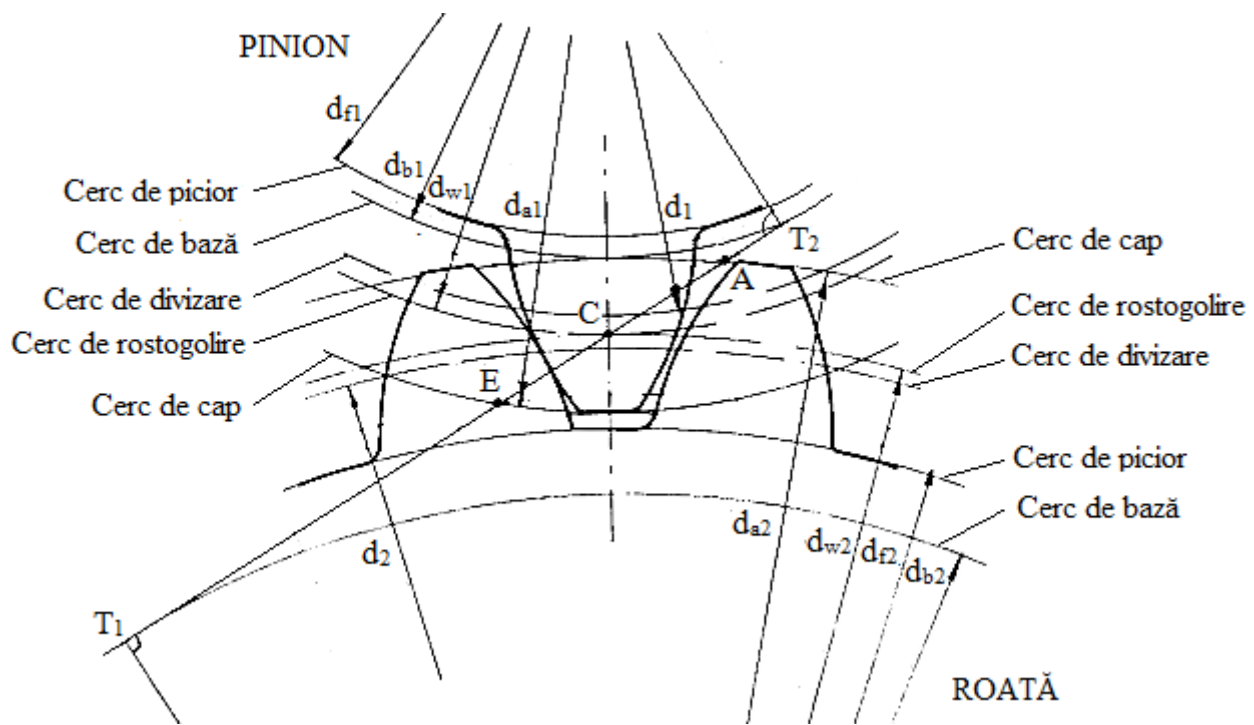
II.1.3.

Să se determine parametrii principali geometrici, cinematici și de control ai angrenajului cilindric cu dantură înclinată.

Se dau: modulul danturii, $m_n = 8 \text{ mm}$; numărul de dinți ai pinionului, $z_1 = 21$; numărul de dinți ai roții, $z_2 = 43$; coeficienții deplasărilor de profil ale roților $x_{n1} = +0,53$, $x_{n2} = -0,1$; unghiul de înclinare de referință a danturilor, $\beta = 14^\circ$; parametrii profilului de referință: unghiul profilului de referință (de presiune), $\alpha_n = 20^\circ$; coeficientul înălțimii capului dintelui de referință, $h_{an}^* = h_{an}/m_n = 1$; coeficientul jocului la capul dintelui de referință, $c_n^* = c/m_n = 0,25$;

Semnificațiile notațiilor: a - distanța dintre axe de referință; α_w - unghiul real de angrenare (în plan frontal); $d_{1,2}$ - diametrele cercurilor de divizare; $d_{w1,2}$ - diametrele cercurilor de rostogolire; $d_{f1,2}$ - diametrele cercurilor de picior; h_f - înălțimea piciorului dintelui.





Rezolvare:

a. Unghiul de angrenare în plan frontal

$$\alpha = \arctg \frac{\operatorname{tg} \alpha_n}{\cos \beta} = \arctg \frac{\operatorname{tg} 20}{\cos 14} = 20,5617^\circ \quad (20^\circ 33' 42'').$$

b. Unghiul real de angrenare

Involuta unghiului real de angrenare,

$$\operatorname{inv} \alpha_w = 2 \frac{x_{n1} + x_{n2}}{z_1 + z_2} \operatorname{tg} \alpha_n + \operatorname{inv} \alpha = 2 \frac{x_{n1} + x_{n2}}{z_1 + z_2} \operatorname{tg} \alpha_n + \operatorname{tg} \alpha - \frac{\pi}{180} \alpha = 2 \frac{0,53 - 0,1}{21 + 43} \operatorname{tg} 20 + \operatorname{tg} 20,5617 - \frac{\pi}{180} 20,5617 = 0,018689.$$

α°	,0	,1	,2	,3	,4	,5	,6	,7	,8	,9
20	0,014904	0,015137	0,015372	0,015609	0,015849	0,016092	0,016337	0,016585	0,016836	0,017089
21	0,017345	0,017603	0,017865	0,018129	0,018395	0,018665	0,018937	0,019212	0,019490	0,019770
22	0,020034	0,020340	0,020629	0,020921	0,021217	0,021514	0,021815	0,022119	0,022426	0,022736
23	0,023049	0,023365	0,023684	0,024006	0,024332	0,024660	0,024992	0,025326	0,025664	0,026005
24	0,026350	0,026697	0,027048	0,027402	0,027760	0,028121	0,028484	0,028852	0,029223	0,029600

Din tabelul de mai sus, cunoscând $\operatorname{inv} \alpha_w = \operatorname{tg} \alpha_w - \alpha_w = 0,018689$, rezultă $\alpha_w = 21,5^\circ (21^\circ 30')$.

c. Distanța reală dintre axe

$$a_w = \frac{m_n (z_1 + z_2)}{2 \cos \beta} \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} = \frac{8 (21 + 43)}{2 \cos 14} \frac{\cos 20,5617}{\cos 21,5} = 265,5036 \text{ mm.}$$

d. Distanța dintre axe de referință

$$a = \frac{m_n (z_1 + z_2)}{2 \cos \beta} = \frac{8 (21 + 43)}{2 \cos 14} = 263,837 \text{ mm.}$$

e. Diametrele cercurilor roților

Diametrele cercurilor de divizare,

$$d_1 = \frac{m_n z_1}{\cos \beta} = \frac{8 \cdot 21}{\cos 14} = 173,14309 \text{ mm,}$$

$$d_2 = \frac{m_n z_2}{\cos \beta} = \frac{8 \cdot 43}{\cos 14} = 354,53109 \text{ mm.}$$

Diametrele cercurilor de rostogolire,

$$d_{w1} = \frac{m_n z_1}{\cos \beta} \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} = \frac{8 \cdot 21}{\cos 14} \frac{\cos 20,5617}{\cos 21,5} = 174,23674 \text{ mm,}$$

$$d_{w2} = \frac{m_n z_2}{\cos \beta} \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} = \frac{8 \cdot 43}{\cos 14} \frac{\cos 20,5617}{\cos 21,5} = 356,77047 \text{ mm}$$

Verificarea condiției de angrenare, $(d_{w1} + d_{w2})/2 = a_w: (174,23674 + 356,77047)/2 = 265,5036.$

Diametrele cercurilor de bază,

$$d_{b1} = d_1 \cos \alpha = 173,14309 \cos 20,5617 = 162,11292 \text{ mm,}$$

$$d_{b2} = d_2 \cos \alpha = 354,53109 \cos 20,5617 = 331,9455 \text{ mm,}$$

Diametrele cercurilor de cap,

$$d_{a1} = 2a_w - m_n \left(\frac{z_2}{\cos \beta} - 2 h_{an}^* + 2 x_{n2} \right) = 2 \cdot 265,5036 - 8 \left(\frac{43}{\cos 14} - 2 \cdot 1 + 2 \cdot (-0,1) \right) = 194,0761 \text{ mm,}$$

$$d_{a2} = 2a_w - m_n \left(\frac{z_1}{\cos \beta} - 2 h_{an}^* + 2x_{n1} \right) = 2 \cdot 265,5036 - 8 \left(\frac{21}{\cos 14} - 2 \cdot 1 + 2 \cdot 0,53 \right) = 365,38411 \text{ mm.}$$

Diametrele cercurilor de picior,

$$d_{f1} = m_n \left(\frac{z_1}{\cos \beta} - 2 (h_{an}^* + c_n^* - x_{n1}) \right) = 8 \left(\frac{21}{\cos 14} - 2 (1 + 0,25 - 0,53) \right) = 161,6231 \text{ mm,}$$

$$d_{f2} = m_n \left(\frac{z_2}{\cos \beta} - 2 (h_{an}^* + c_n^* - x_{n2}) \right) = 8 \left(\frac{43}{\cos 14} - 2 \cdot (1 + 0,25 - (-0,1)) \right) = 332,93109 \text{ mm.}$$

f. Gradul de acoperire

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\sqrt{d_{a1}^2 - d_{b1}^2} + \sqrt{d_{a2}^2 - d_{b2}^2} - 2 a_w \sin \alpha_{wt}}{2 \pi m_n \cos \alpha} = \frac{\sqrt{194,0761^2 - 162,11292^2} + \sqrt{365,38411^2 - 331,9455^2} - 2 \cdot 265,5036 \sin 21,5}{2 \pi \cdot 8 \cos 20,5617} = 1,33.$$

g. Parametri geometrici de control a dinților

Coarda constantă a dintelui pinionului, respectiv roții,

$$s_{cn1} = m_n (0,5 \pi \cos^2 \alpha_n + x_{n1} \sin 2 \alpha_n) = 8 (0,5 \pi \cos^2 20 + 0,53 \sin 2 \cdot 20) = 13,8218 \text{ mm,}$$

$$s_{cn2} = m_n (0,5 \pi \cos^2 \alpha_n + x_{n2} \sin 2 \alpha_n) = 8 (0,5 \pi \cos^2 20 + (-0,1) \sin 2 \cdot 20) = 10,58215 \text{ mm,}$$

Înălțimea la coarda constantă a dintelui pinionului, respectiv roții,

$$h_{cn1} = 0,5(d_{a1} - d_1 - s_{cn1} \operatorname{tg} \alpha_n) = 0,5 (194,0761 - 173,14309 - 13,8218 \operatorname{tg} 20) = 10,58215 \text{ mm.}$$

$$h_{cn2} = 0,5(d_{a2} - d_2 - s_{cn2} \operatorname{tg} \alpha_n) = 0,5 (365,38411 - 354,53109 - 10,58215 \operatorname{tg} 20) = 3,5007 \text{ mm.}$$

a. Parametri geometrici de control a danturilor roților

Numerele de dinți pentru măsurarea lungimii peste dinți,

$$N_1 = 0,5 + \frac{z_1}{\pi} \left(\frac{\tan \alpha_w}{\cos^2 \beta} - \frac{2 x_{n1} \operatorname{tg} \alpha_n}{z_1} - \operatorname{tg} \alpha + \alpha \right) = 0,5 + \frac{21}{\pi} \left(\frac{\tan 21,5}{\cos^2 14} - \frac{2 \cdot 0,53 \cdot \operatorname{tg} 20}{21} - \operatorname{tg} 20,5617 + 20,5617 \cdot \frac{\pi}{180} \right) = 3,06, N_1 = 3 \text{ dinți;}$$

$$N_2 = 0,5 + \frac{z_2}{\pi} \left(\frac{\tan \alpha_w}{\cos^2 \beta} - \frac{2 x_{n2} \operatorname{tg} \alpha_n}{z_2} - \operatorname{tg} \alpha + \alpha \right) = 0,5 + \frac{43}{\pi} \left(\frac{\tan 21,5}{\cos^2 14} - \frac{2 \cdot (-0,1) \cdot \operatorname{tg} 20}{43} - \operatorname{tg} 20,5617 + 20,5617 \cdot \frac{\pi}{180} \right) = 6,0044, N_2 = 6 \text{ dinți.}$$

Lungimea peste $N_{1,2}$ dinți în plan normal,

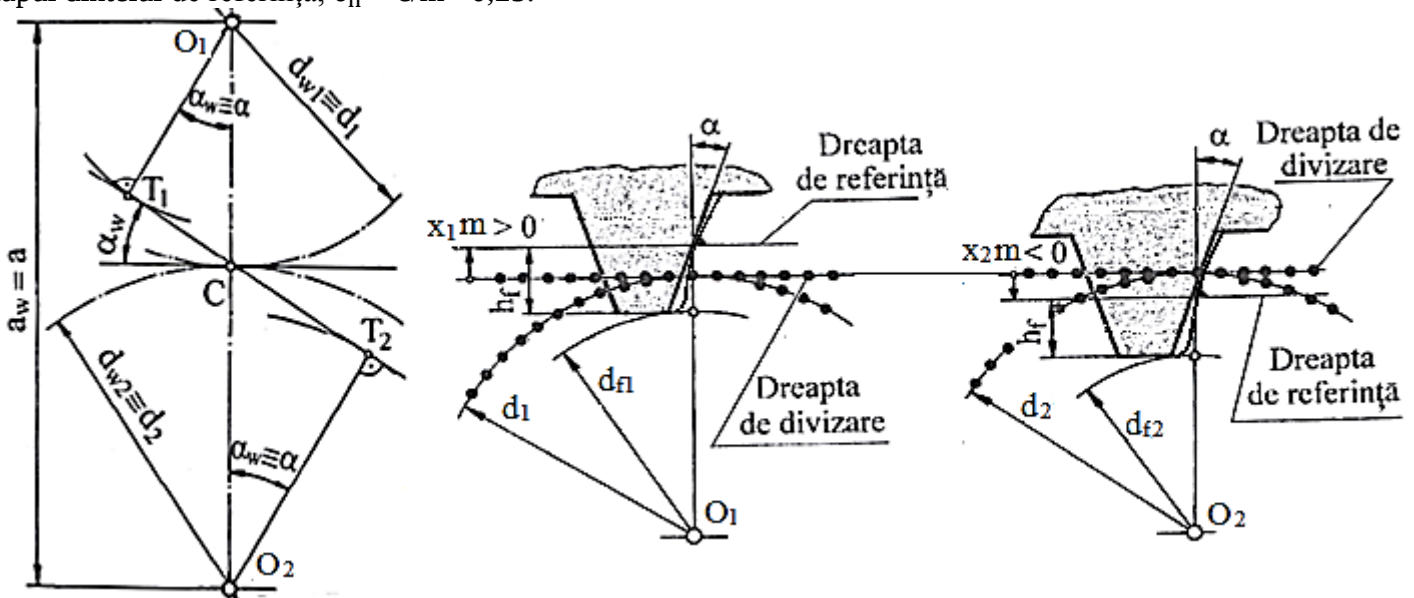
$$W_{N1} = 2 x_{n1} m_n \sin \alpha_n + m_n \cos \alpha_n [(N_1 - 0,5)\pi - z_1 (\operatorname{tg} \alpha - \alpha)] = 2 \cdot 0,53 \cdot 8 \sin 20 + 8 \cos 20 [(3 - 0,5)\pi + 21 (\operatorname{tg} 20,5617 - 20,5617 \cdot \pi/180)] = 64,50725 \text{ mm;}$$

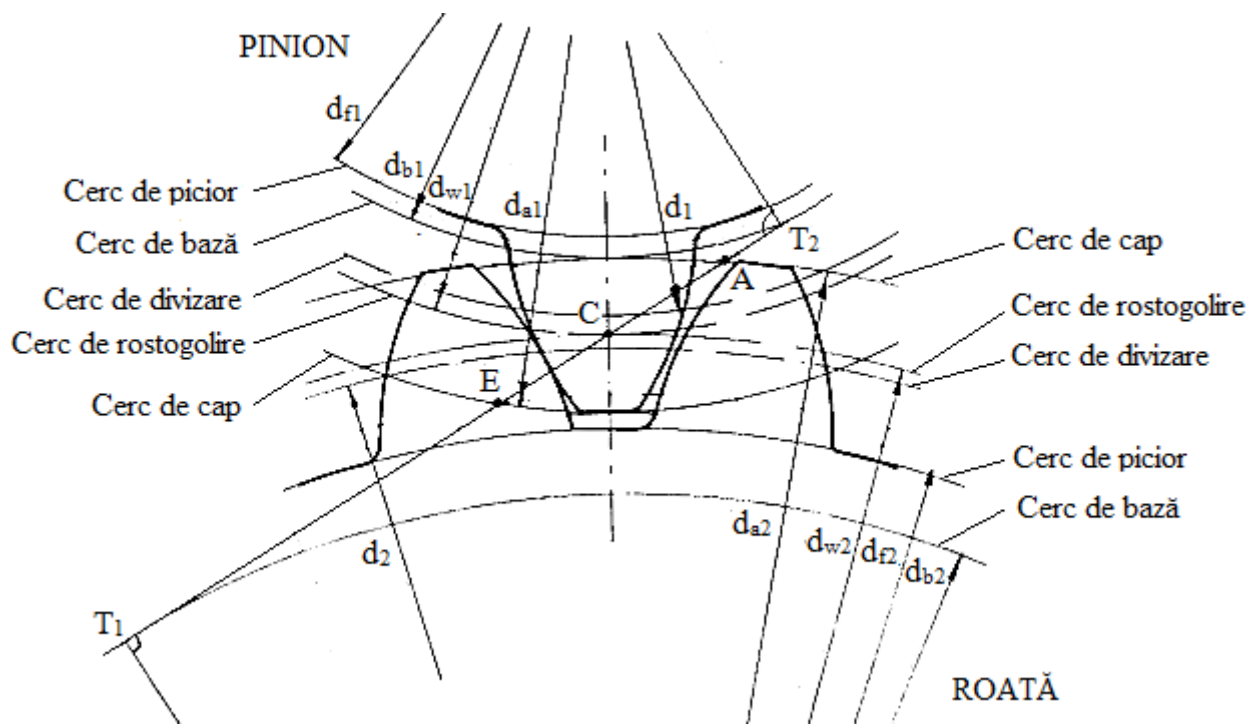
$$W_{N2} = 2 x_{n2} m_n \sin \alpha_n + m_n \cos \alpha_n [(N_2 - 0,5)\pi - z_2 (\operatorname{tg} \alpha - \alpha)] = 2 \cdot (-0,1) \cdot 8 \sin 20 + 8 \cos 20 [(6 - 0,5)\pi + 43 (\operatorname{tg} 20,5617 - 20,5617 \cdot \pi/180)] = 134,597242 \text{ mm.}$$

II.1.4.

Să se determine deplasările de profil ale roților angrenajului cilindric cu dantură înclinată cu distanța dintre axe impusă și cu evitarea la limită a interferenței profilelor.

Se dau: modulul danturii, $m_n = 3 \text{ mm}$; numărul de dinți ai pinionului, $z_1 = 13$; numărul de dinți ai roții, $z_2 = 39$; unghiul de înclinare de referință, $\beta = 12^\circ$; parametrii profilului de referință: unghiul profilului (de presiune) de referință, $\alpha_n = 20^\circ$; coeficientul înălțimii capului dintelui de referință, $h_{an}^* = h_{an}/m = 1$; coeficientul jocului la capul dintelui de referință, $c_n^* = c/m = 0,25$.





Rezolvare:

a. Adoptarea coeficienților deplasărilor din condiția de subțiere

Coeficientul deplasării minime de profil a danturii pinionului cilindric,

$$x_{n1min} = \frac{14 - z_1}{17} = \frac{14 - 13}{17} = 0,0588.$$

Din condiția evitării subțierii dintelui, $x_{n1} \geq x_{n1min}$, se adoptă, $x_{n1} = 0,1$ (pinionul are deplasare de profil plus)

Se adoptă angrenaj zero deplasat, $a_w = a$, $x_{sn} = x_{n1} + x_{n2} = 0$ și $x_{n2} = -x_{n1}$ (roata are deplasare de profil minus egală în valoare absolută cu cea a pinionului).

b. Distanța dintre axe de referință (reală),

$$a = a_w = \frac{m_n (z_1 + z_2)}{2 \cos \beta} = \frac{3 \cdot (13 + 39)}{2 \cos 12} = 79,74256 \text{ mm.}$$

Adoptând distanța dintre axe impusă, $a = a_w = 80 \text{ mm}$, se determină unghiul real de înclinare a danturii,

$$\beta_r = \arccos \left(\frac{m_n (z_1 + z_2)}{2 a_w} \right) = \arccos \left(\frac{3 \cdot (13 + 39)}{2 \cdot 80} \right) = 12,84^\circ. \text{ Se readoptă } \beta = 13^\circ.$$

c. Unghiul de angrenare (presiune) în plan frontal,

$$\alpha = \arctg \frac{\tg \alpha_n}{\cos \beta} = \arctg \frac{\tg 20}{\cos 13} = 20,48288 \text{ } (20^\circ 29').$$

d. Diametrele cercurilor

Diametrele cercurilor de divizare/rostogolire

$$d_1 = d_{w1} = \frac{m_n z_1}{\cos \beta} = \frac{3 \cdot 13}{\cos 13} = 40,02586 \text{ mm.}$$

$$d_2 = d_{w2} = \frac{m_n z_2}{\cos \beta} = \frac{3 \cdot 39}{\cos 13} = 120,07758 \text{ mm.}$$

Verificare condiției de angrenare, $(d_{w1} + d_{w2})/2 = a_w$: $(39,87128 + 119,61385)/2 = 80,05$ (abatere admisă);

Diametrele cercurilor de bază,

$$d_{b1} = d_1 \cos \alpha = 40,02586 \cos 20,48288 = 37,4953 \text{ mm,}$$

$$d_{b2} = d_2 \cos \alpha = 120,07758 \cos 20,48288 = 112,48589 \text{ mm.}$$

Diametrele cercurilor de cap,

$$d_{a1} = 2a_w - m_n \left(\frac{z_2}{\cos \beta} - 2 h_{an}^* + 2x_{n2} \right) = 2 \cdot 80,05 - 3 \left(\frac{39}{\cos 13} - 2 \cdot 1 + 2 \cdot (-0,1) \right) = 46,62242 \text{ mm,}$$

$$d_{a2} = 2a_w - m_n \left(\frac{z_1}{\cos \beta} - 2 h_{an}^* + 2x_{n1} \right) = 2 \cdot 80,05 - 3 \left(\frac{13}{\cos 13} - 2 \cdot 1 + 2 \cdot 0,1 \right) = 126,37414 \text{ mm.}$$

Diametrele cercurilor de picior,

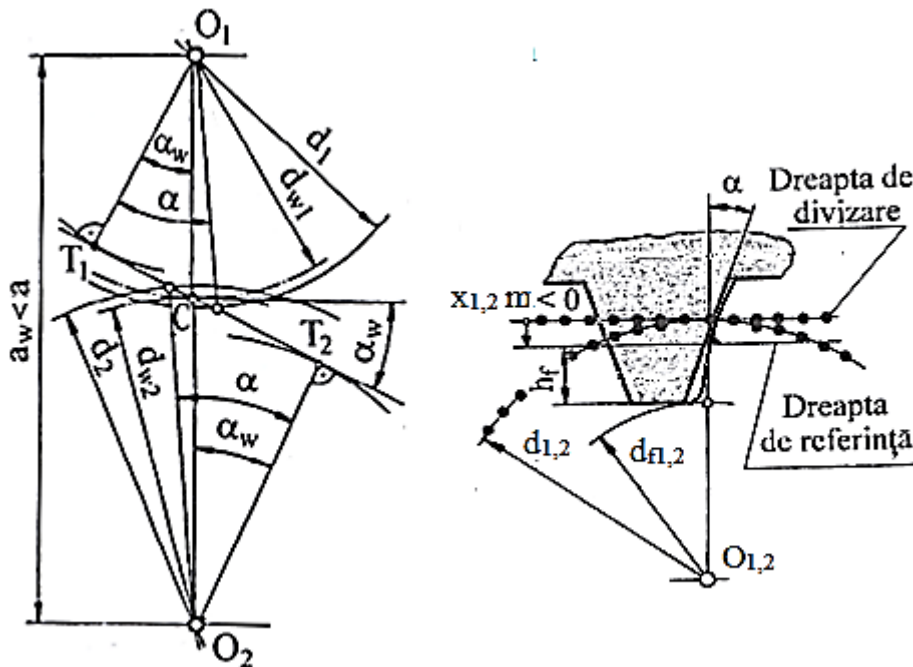
$$d_{f1} = m_n \left(\frac{z_1}{\cos \beta} - 2 (h_{an}^* + c_n^* - x_{n1}) \right) = 3 \left(\frac{13}{\cos 13} - 2 (1 + 0,25 - 0,1) \right) = 33,12586 \text{ mm,}$$

$$d_{a2} = m_n \left(\frac{z_2}{\cos \beta} - 2 (h_{an}^* + c_n^* - x_{n2}) \right) = 3 \left(\frac{39}{\cos 13} - 2 \cdot (1 + 0,25 - (-0,1)) \right) = 111,97758 \text{ mm.}$$

II_1.5.

Să se determine parametrii principali de definire ai angrenajului cilindric cu dantură înclinată cu distanța dintre axe impusă.

Se dau: modulul danturii, $m_n = 4$ mm; numărul de dinți ai pinionului, $z_1 = 18$; numărul de dinți ai roții, $z_2 = 61$; distanța reală dintre axe, $a_w = 160$ mm; unghiul de înclinare de referință a danturii, $\beta = 12^\circ$; parametrii profilului de referință: unghiul profilului (de presiune) de referință, $\alpha_n = 20^\circ$, coeficientul înălțimii capului dintelui de referință, $h_{an}^* = h_{an}/m_n = 1$, coeficientul jocului la capul dintelui de referință, $c_n^* = c/m_n = 0,25$.



a. Distanța dintre axe de referință,

$$a = \frac{m_n (z_1 + z_2)}{2 \cos \beta} = \frac{4 \cdot (18 + 61)}{2 \cos 12} = 161,52981 \text{ mm}$$

b. Verificarea condiției de realizare a distanței dintre axe reală, impusă

$I_{a_w - a} \leq 0,4 m_n$, $1,52981 < 1,6$; Se vor realiza roți cu deplasări de profil minus.

c. Unghiul de angrenare (de presiune) în plan frontal

$$\alpha = \arctg \frac{\tan \alpha_n}{\cos \beta} = \arctg \frac{\tan 20}{\cos 12} = 20,41031^\circ (20^\circ 36' 19'')$$

d. Unghiul real de angrenare (de presiune)

$$\alpha_w = \arccos \left(\frac{a}{a_w} \cos \alpha \right) = \arccos \left(\frac{161,52981}{160} \cos 20,41031 \right) = 18,8832^\circ (18^\circ 52' 59'');$$

e. Coeficientul deplasării totale în plan normal

Suma coeficienților deplasărilor,

$$x_{sn} = x_{n1} + x_{n2} = \frac{(\text{inv } \alpha_w - \text{inv } \alpha)(z_2 + z_1)}{2 \tan \alpha \cos \beta} = \frac{\left(\tan \alpha_w - \tan \alpha - \frac{\pi}{180}(\alpha_w - \alpha) \right)(z_1 + z_2)}{2 \tan \alpha \cos \beta} =$$

$$\frac{\left(\tan 18,8832 - \tan 20,41031 - \frac{\pi}{180}(18,8832 - 20,41031) \right)(18 + 61)}{2 \tan 20,41031 \cos 12} = -0,36893.$$

f. Coeficienții deplasărilor de profil ai roților

Coeficienții deplasărilor de profil în plan normal, considerând că sunt direct proporționali cu numerele de dinți, și deci ținând cont de relațiile: $x_{n1} \cdot z_2 = x_{n2} \cdot z_1$, $x_{ns} = x_{n1} + x_{n2}$, sunt:

$$x_{n1} = \frac{x_{ns}}{1 + \frac{z_2}{z_1}} = \frac{-0,36893}{1 + \frac{61}{18}} = -0,08406,$$

$$x_{n2} = \frac{x_{ns}}{1 + \frac{z_1}{z_2}} = \frac{-0,36893}{1 + \frac{18}{61}} = -0,28487 \text{ sau } x_{n2} = x_{ns} - x_{n1} = -0,36893 + 0,08406 = -0,28487.$$

Coeficienții deplasărilor de profil în plan frontal,

$$x_1 = x_{n1} \cos \beta = -0,08406 \cos 12 = -0,08222,$$

$$x_2 = x_{n2} \cos \beta = -0,28487 \cos 12 = -0,27864.$$

g. Verificarea condiției de evitare a subțierii dintelui pinionului

$$x_{n1} > \frac{14 - z_1}{17}; -0,08406 > \frac{14 - 18}{17} = -0,235 \text{ (se verifică).}$$

h. Diametrele cercurilor

Diametrele cercurilor de divizare,

$$d_1 = \frac{m_n z_1}{\cos \beta} = \frac{4 \cdot 18}{\cos 12} = 73,60852 \text{ mm.}$$

$$d_2 = \frac{m_n z_2}{\cos \beta} = \frac{4 \cdot 61}{\cos 12} = 249,4511 \text{ mm.}$$

Diametrele cercurilor de rostogolire,

$$d_{w1} = \frac{m_n z_1}{\cos \beta} \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} = \frac{4 \cdot 18}{\cos 12} \frac{\cos 20,41031}{\cos 18,8832} = 72,91139 \text{ mm.}$$

$$d_{w2} = \frac{m_n z_2}{\cos \beta} \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} = \frac{4 \cdot 61}{\cos 12} \frac{\cos 20,41031}{\cos 18,8832} = 247,08861 \text{ mm}$$

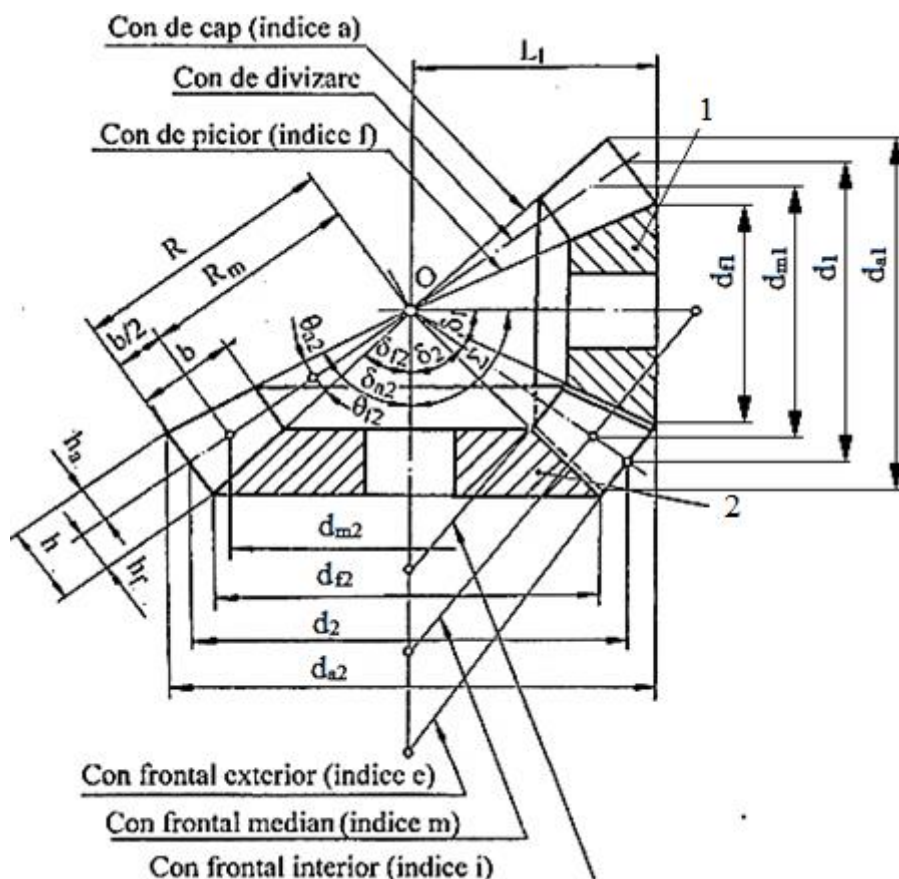
Verificarea condiției de angrenare, $(d_{w1} + d_{w2})/2 = a_w: (72,91139 + 247,08861)/2 = 160.$

II_1.6.

Să se determine elementele geometrice și de control ale angrenajului conic ortogonal cu dantură dreaptă.

Se dau: modulul (exterior), $m = 3 \text{ mm}$; numărul de dinți ai pinionului, $z_1 = 16$; numărul de dinți ai roții, $z_2 = 40$; unghiul de angrenare (presiune) normal de divizare, $\alpha = 20^\circ$; coeficientul înălțimii capului dintelui de referință, $h_a^* = 1,0$, coeficientul jocului de referință frontal la piciorul dintelui $c^* = 0,2$; lățimea danturii, $b = 18 \text{ mm}$; danturile se consideră nedeplasate.

Structura constructivă: 1 - pinion conic; 2 - roată (coroană) conică.



Rezolvare:

a. Raportul de angrenare (transmitere)

$$u = i = \frac{z_2}{z_1} = \frac{40}{16} = 2,5.$$

b. Unghiurile conurilor de divizare (rostogolire)

$$\delta_1 = \arctg \frac{1}{u} = \arctg \frac{1}{2,5} = 21,8014^\circ (21^\circ 48' 5''),$$

$$\delta_2 = \arctg u = \arctg 2,5 = 68,1986^\circ (68^\circ 11' 55'').$$

Verificarea condiției de ortogonalitate:

$$\delta_1 + \delta_2 = 90^\circ; 21,8014^\circ + 68,1986^\circ = 90^\circ \text{ (se verifică).}$$

c. Modulul mediu

$$m_m = m \frac{R - \frac{b}{2}}{R} = 3 \frac{64,62198 - \frac{18}{2}}{64,62198} = 2,5822 \text{ mm.}$$

d. Înălțimile dinților

Înălțimea capului de divizare (la exterior),

$$h_{ae1,2} = m h_a^* = 3 \cdot 1 = 3 \text{ mm.}$$

Înălțimea piciorului dintelui (la exterior),

$$h_{fe1,2} = m (h_a^* + c^*) = 3 \cdot (1 + 0,2) = 3,6 \text{ mm.}$$

Înălțimea dintelui (la exterior),

$$h_{e1,2} = m (2 h_a^* + c^*) = 3 \cdot (2 \cdot 1 + 0,2) = 6,6 \text{ mm.}$$

e. Diametrele cercurilor

Diametrele cercurilor de divizare mediane,

$$d_{m1} = m_m z_1 = 2,5822 \cdot 16 = 41,3152 \text{ mm,}$$

$$d_{m2} = m_m z_2 = 2,5822 \cdot 40 = 103,288 \text{ mm.}$$

Diametrele cercurilor de divizare (la exterior),

$$d_{e1} = m z_1 = 3 \cdot 16 = 48 \text{ mm,}$$

$$d_{e2} = m z_2 = 3 \cdot 40 = 120 \text{ mm.}$$

Diametrele cercurilor de cap (la exterior),

$$d_{ae1} = d_1 + 2 h_{ae1} \cos \delta_1 = 48 + 2 \cdot 3 \cos 21,8014 = 53,57086 \text{ mm,}$$

$$d_{ae2} = d_2 + 2 h_{ae2} \cos \delta_2 = 120 + 2 \cdot 3 \cos 68,1986 = 122,22834 \text{ mm.}$$

Diametrele cercurilor de picior (la exterior),

$$d_{ae1} = d_{e1} + 2 h_{fe1} \cos \delta_1 = 48 - 2 \cdot 3,6 \cos 21,8014 = 44,65748 \text{ mm,}$$

$$d_{ae2} = d_{e2} + 2 h_{fe2} \cos \delta_2 = 120 - 2 \cdot 3,6 \cos 68,1986 = 118,66299 \text{ mm.}$$

f. Lungimile generatoarelor

Lungimea exterioară a generatoarei conului de divizare (rostogolire)

$$R_e = \frac{d_1}{2 \sin \delta_1} = \frac{m z_1}{2 \sin(\arctg \frac{1}{u})} = \frac{3 \cdot 16}{2 \sin(\arctg \frac{1}{2,5})} = 64,62198 \text{ mm}$$

sau

$$R_e = \frac{d_1}{2 \sin \delta_1} = \frac{m z_1}{2 \frac{1}{\sqrt{1+u^2}}} = \frac{m z_1 \sqrt{1+u^2}}{2} = \frac{3 \cdot 16 \sqrt{1+2,5^2}}{2} = 64,62198 \text{ mm}$$

Lungimea mediană a generatoarei conului de divizare (rostogolire),

$$R_m = R_e - \frac{b}{2} = 64,62198 - \frac{18}{2} = 55,62198 \text{ mm.}$$

g. Unghiurile dinților

Unghiul capului dintelui,

$$\theta_{a1,2} = \arctg \frac{h_{ae1,2}}{R_e} = \arctg \frac{3}{64,62198} = 2,65978^\circ.$$

Unghiul piciorului dintelui,

$$\theta_{f1,2} = \arctg \frac{h_{fe1,2}}{R_e} = \arctg \frac{3,6}{64,62198} = 3,18857^\circ$$

Unghiurile conurilor de cap,

$$\delta_{ae1} = \delta_1 + \theta_{ae1} = 21,8014 + 2,65978 = 24,46118^\circ.$$

$$\delta_{ae2} = \delta_2 + \theta_{ae2} = 68,1986 + 2,65978 = 70,85838^\circ.$$

Unghiurile conurilor de picior,

$$\delta_{fe1} = \delta_1 - \theta_{fe1} = 21,8014 - 3,18857 = 18,61283^\circ.$$

$$\delta_{fe2} = \delta_2 - \theta_{fe2} = 68,1986 - 3,18857 = 65,01003^\circ.$$

h. Alți parametri geometrici

Lungimile exterioare ale generatoarelor conurilor de cap,

$$R_{a1,2} = \sqrt{R_e^2 + h_{ae1,2}^2} = \sqrt{64,62198^2 + 3^2} = 64,69158 \text{ mm,}$$

Înălțimile exterioare ale conurilor de cap,

$$H_{ae1} = R_{ae1} \cos \delta_1 = 64,69158 \cos 21,8014 = 60,06462 \text{ mm,}$$

$$H_{ae2} = R_{ae1} \cos \delta_2 = 64,69158 \cos 68,1986 = 24,02584 \text{ mm.}$$

Distanțele de așezare (la montaj),

$$L_1 = H_{ae1} + L_{ae1} = 60,06462 \text{ mm} + L_{ae1},$$

$$L_2 = H_{ae2} + L_{ae2} = 24,02584 \text{ mm} + L_{ae2},$$

unde, L_{ae1} și L_{ae2} se adoptă constructive la modelarea 3D.

Distanța de cap interioară,

$$L_{ai1} = b \frac{\cos \delta_1}{\cos \theta_{a1}} + L_{ae1} = 30 \frac{\cos 21,8014}{\cos 2,65978} + L_{ae1} = 27,884 \text{ mm} + L_{ae1},$$

$$L_{ai2} = b \frac{\cos \delta_2}{\cos \theta_{a2}} + L_{ae2} = 30 \frac{\cos 68,1986}{\cos 2,65978} + L_{ae2} = 11,154 \text{ mm} + L_{ae2},$$

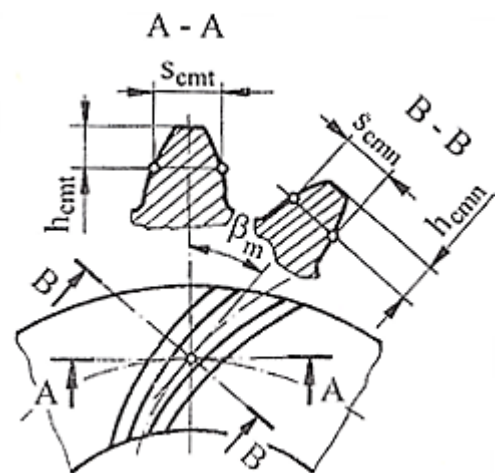
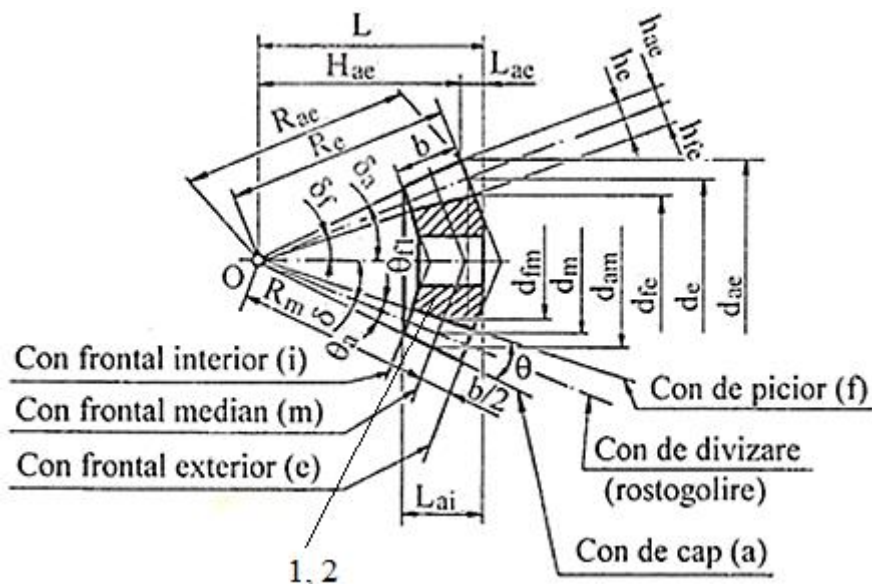
unde, L_{ae1} și L_{ae2} se adoptă constructiv la modelarea 3D.

II_1.7.

Să se determine elementele geometrice ale roților angrenajului conic ortogonal cu dantură curbă în arc de cerc (cu înălțimea dinților variabilă, procedeul tehnologic Gleason).

Se dau: parametrii profilului de referință: unghiul de angrenare (presiune) normal de divizare $\alpha_n = 20^\circ$, coeficientul înălțimii capului dintelui de referință frontal, $h_{at}^* = 0,85$, coeficientul jocului de referință frontal la piciorul dintelui $c_t^* = 0,88$; numărul de dinți ai pinionului $z_1 = 12$; numărul de dinți ai roții $z_2 = 60$; lungimea mediană a generatoarei conului de divizare $R_m = 75 \text{ mm}$; lățimea danturii $b = 30 \text{ mm}$; unghiul de înclinare de divizare median $\beta_m = 35^\circ$; danturile se consideră nedeplasate.

Structura constructivă: 1 - pinion conic; 2 - roată (coroană) conică.



Rezolvare:

a. Raportul de angrenare

$$u = \frac{z_2}{z_1} = \frac{60}{12} = 5.$$

b. Unghiurile conurilor de divizare (rostogolire)

$$\delta_1 = \arctg \frac{z_1}{z_2} = \arctg \frac{12}{60} = 11,31^\circ (11^\circ 18' 36''),$$

$$\delta_2 = \arctg \frac{z_2}{z_1} = \arctg \frac{60}{12} = 78,69^\circ (78^\circ 41' 24'').$$

c. Coeficienții de lățime ai danturii

Coeficientul de lățime median,

$$\psi_{Rm} = \frac{b}{R_m} = \frac{30}{75} = 0,4.$$

Coeficientul de lățime ($\psi_R = b/R_e$),

$$\psi_R = \frac{\psi_{Rm}}{1 + 0,5 \psi_{Rm}} = \frac{0,4}{1 + 0,5 \cdot 0,4} = 0,333333.$$

d. Modulul frontal/normal median

Modulul frontal median,

$$m_{mt} = \frac{2 R_m}{z_1 \sqrt{1 + u^2}} = \frac{2 \cdot 75}{12 \sqrt{1 + 5^2}} = 2,45145 \text{ mm}.$$

Modulul normal median,

$$m_{mn} = m_{mt} \cos \beta_m = 2,45145 \cos 35^\circ = 2,0081 \text{ mm.}$$

Modulul frontal exterior,

$$m_{et} = \frac{m_{mt}}{1 - 0,5 \Psi_R} = \frac{2,45145}{1 - 0,5 \cdot 0,333333} = 2,94174 \text{ mm.}$$

e. Înălțimile dinților

Înălțimea capului de divizare median,

$$h_{am1,2} = m_{mt} h_{at}^* = 2,45145 \cdot 0,85 = 2,08373 \text{ mm.}$$

Înălțimea capului de divizare exterior,

$$h_{ae1,2} = m_{et} h_{at}^* = 2,94174 \cdot 0,85 = 2,50048 \text{ mm.}$$

Înălțimea piciorului dintelui (la exterior),

$$h_{fe1,2} = m_{et} (h_{at}^* + c_t^*) = 2,94174 \cdot (0,85 + 0,88) = 5,08921 \text{ mm.}$$

Înălțimea dintelui (la exterior),

$$h_{e1} = h_{e2} = m_{et} (2 h_{at}^* + c_t^*) = 2,94174 \cdot (2 \cdot 0,85 + 0,88) = 7,58969 \text{ mm.}$$

f. Diametrele cercurilor

Diametrul cercului de divizare median,

$$d_{m1} = m_{mt} z_1 = 2,45145 \cdot 12 = 29,418 \text{ mm,}$$

$$d_{m2} = m_{mt} z_2 = 2,45145 \cdot 60 = 147,087 \text{ mm.}$$

Diametrul cercului de divizare exterior,

$$d_{e1} = m_{et} z_1 = 2,94174 \cdot 12 = 35,30088 \text{ mm,}$$

$$d_{e2} = m_{et} z_2 = 2,94174 \cdot 60 = 176,5044 \text{ mm.}$$

Diametrul cercului de divizare interior,

$$d_{i1} = m_{mt} z_1 (1 - 0,5 \Psi_{Rm}) = 2,45145 \cdot 12 \cdot (1 - 0,5 \cdot 0,4) = 23,53392 \text{ mm,}$$

$$d_{i2} = m_{mt} z_2 (1 - 0,5 \Psi_{Rm}) = 2,45145 \cdot 60 \cdot (1 - 0,5 \cdot 0,4) = 182,6696 \text{ mm.}$$

Diametrul cercului de cap exterior,

$$d_{ae1} = d_{e1} + 2 h_{ae1} \cos \delta_1 = 35,30088 + 2 \cdot 2,94174 \cdot \cos 11,31 = 41,07 \text{ mm,}$$

$$d_{ae2} = d_{e2} + 2 h_{ae2} \cos \delta_2 = 176,5044 + 2 \cdot 2,94174 \cdot \cos 78,69 = 182,32034 \text{ mm.}$$

Diametrele cercului de picior exterior,

$$d_{fe1} = d_{e1} - 2 h_{fe1} \cos \delta_1 = 35,30088 - 2 \cdot 2,94174 \cdot \cos 11,31 = 29,53165 \text{ mm,}$$

$$d_{ae2} = d_{e2} - 2 h_{fe2} \cos \delta_2 = 176,5044 - 2 \cdot 2,94174 \cdot \cos 78,69 = 175,35055 \text{ mm.}$$

g. Lungimile generatoarelor conurilor

Lungimea exterioară a generatoarei conului de divizare,

$$R_e = \frac{d_{e1}}{2 \sin \delta_1} = \frac{35,30088}{2 \cdot \sin 11,31} = 90 \text{ mm.}$$

Lungimea interioară a generatoarei conului de divizare,

$$R_i = R_e - b = 90 - 20 = 70 \text{ mm.}$$

h. Unghiurile dinților

Unghiul capului dintelui,

$$\theta_{a1,2} = \arctg \frac{h_{ae1,2}}{R_e} = \arctg \frac{2,50048}{90} = 1,59145^\circ.$$

Unghiul piciorului dintelui,

$$\theta_{f1,2} = \arctg \frac{h_{fe1,2}}{R_e} = \arctg \frac{5,08921}{90} = 3,23645^\circ$$

Unghiul conului de cap,

$$\delta_{a1} = \delta_1 + \theta_{a1} = 11,31 + 1,59145 = 12,90145^\circ,$$

$$\delta_{a2} = \delta_2 + \theta_{a2} = 78,69 + 1,59145 = 12,90145^\circ.$$

Unghiul conului de picior,

$$\delta_{f1} = \delta_1 - \theta_{f1} = 11,31 - 3,23645 = 8,07355^\circ.$$

$$\delta_{f2} = \delta_2 - \theta_{f2} = 78,69 - 3,23645 = 75,45355^\circ.$$

i. Alți parametri geometrici

Lungimea exterioară a generatoarei conului de cap,

$$R_{ae1,2} = \sqrt{R_e^2 + h_{ae1,2}^2} = \sqrt{90^2 + 2,50048^2} = 90,03473 \text{ mm,}$$

Înălțimea exterioară a conului de cap,

$$H_{ae1} = R_{ae1} \cos \delta_1 = 90,03473 \cos 11,31 = 88,28629 \text{ mm,}$$

$$H_{ae2} = R_{ae1} \cos \delta_2 = 90,03473 \cos 78,69 = 17,65737 \text{ mm.}$$

Distanța de așezare (la montaj),

$$L_1 = H_{ae1} + L_{ae1} = 88,28629 \text{ mm} + L_{ae1},$$

$$L_2 = H_{ae2} + L_{ae2} = 17,65737 \text{ mm} + L_{ae2},$$

unde, L_{a1} și L_{a2} se adoptă constructive la modelarea 3D.

Distanța de cap interioară,

$$L_{ai1} = b \frac{\cos \delta_1}{\cos \theta_1} + L_{ae1} = 30 \frac{\cos 11,31}{\cos 1,59145} + L_{ae1} = 29,428 \text{ mm} + L_{ae1},$$

$$L_{ai2} = b \frac{\cos \delta_2}{\cos \theta_2} + L_{ae2} = 30 \frac{\cos 78,69}{\cos 1,59145} + L_{ae2} = 18,887 \text{ mm} + L_{ae2},$$

unde, L_{a1} și L_{a2} se adoptă constructive la modelarea 3D.

j. Parametri de control a roților

Coarda de divizare frontală mediană a dintelui,

$$s_{cmt1} \approx m_{mt} \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{\left(m_{mt} \frac{\pi}{2} \cos \delta_1 \right)^2}{6 d_{m1}^2} \right) = 2,45145 \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{\left(2,45145 \frac{\pi}{2} \cos 11,31 \right)^2}{6 \cdot 29,418^2} \right) = 3,848 \text{ mm},$$

$$s_{cmt2} \approx m_{mt} \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{\left(m_{mt} \frac{\pi}{2} \cos \delta_2 \right)^2}{6 d_{m2}^2} \right) = 2,45145 \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{\left(2,45145 \frac{\pi}{2} \cos 78,69 \right)^2}{6 \cdot 147,087^2} \right) = 3,52 \text{ mm}.$$

Înălțimea la coarda de divizare frontală mediană a dintelui,

$$h_{cmt1} = h_{am1} + \frac{\left(m_{mt} \frac{\pi}{2} \right)^2 \cos \delta_1}{4 d_{m1}} = 2,08373 + \frac{\left(2,45145 \frac{\pi}{2} \right)^2 \cos 11,31}{4 \cdot 29,418} = 2,207 \text{ mm},$$

$$h_{cmt2} = h_{am2} + \frac{\left(m_{mt} \frac{\pi}{2} \right)^2 \cos \delta_2}{4 d_{m2}} = 2,08373 + \frac{\left(2,45145 \frac{\pi}{2} \right)^2 \cos 78,69}{4 \cdot 147,087} = 2,089 \text{ mm}.$$

Coarda de divizare normală mediană a dintelui,

$$s_{cmn1} = s_{cmt1} \cos \beta_m \left(1 - \frac{s_{cmt1} \sin(2\beta_m)}{4 R_m} \right) = 3,848 \cos 35 \left(1 - \frac{3,848 \sin(2 \cdot 35)}{4 \cdot 75} \right) = 3,114 \text{ mm},$$

$$s_{cmn2} = s_{cmt2} \cos \beta_m \left(1 - \frac{s_{cmt2} \sin(2\beta_m)}{4 R_m} \right) = 3,52 \cos 35 \left(1 - \frac{3,52 \sin(2 \cdot 35)}{4 \cdot 75} \right) = 2,852 \text{ mm}.$$

Înălțimea la coarda de divizare normală mediană a dintelui,

$$h_{cmn1} = h_{cmt1} \left(1 - \frac{s_{cmt1} \sin(2\beta_m)}{4 R_m} \right) = 2,207 \left(1 - \frac{3,848 \sin(2 \cdot 35)}{4 \cdot 75} \right) = 2,180 \text{ mm},$$

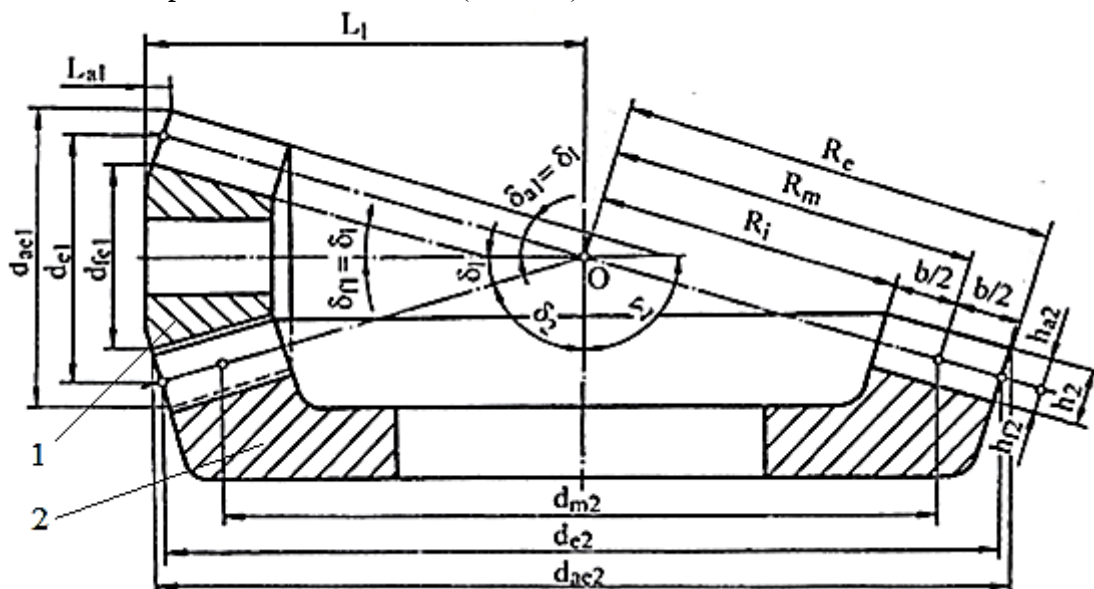
$$h_{cmn2} = h_{cmt2} \left(1 - \frac{s_{cmt2} \sin(2\beta_m)}{4 R_m} \right) = 2,089 \left(1 - \frac{3,52 \sin(2 \cdot 35)}{4 \cdot 75} \right) = 2,066 \text{ mm}.$$

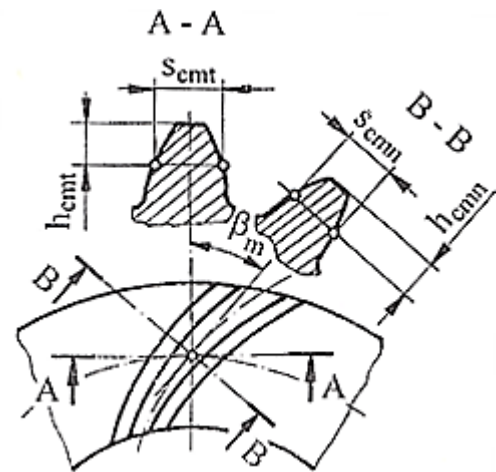
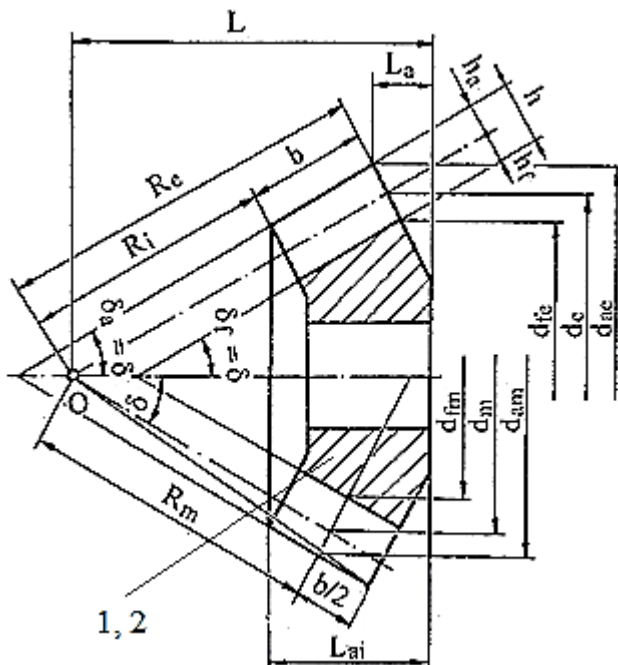
II_1.8.

Să se determine elementele geometrice ale angrenajului conic ortogonal cu dantură eloidă (cu înălțimea dinților constantă, procedeul tehnologic Oerlikon-Spiromatik).

Se dau: parametrii profilului de referință: unghiul de angrenare (presiune) normal de divizare $\alpha_n = 20^\circ$, coeficientul înălțimii capului dintelui de referință normal, $h_c^* = 1$, coeficientul jocului de referință nominal la piciorul dintelui $c_c^* = 0,3$; numărul de dinți ai pinionului $z_1 = 11$; numărul de dinți ai roții $z_2 = 52$; lungimea mediană a generatoarei conului de divizare $R_m = 85 \text{ mm}$; lățimea danturii $b = 40 \text{ mm}$; unghiul de înclinare de divizare median $\beta_m = 35^\circ$; danturile se consideră nedeplasate; modulul nominal al capului portcuțite $m_c = 3 \text{ mm}$

Structura constructivă: 1 - pinion conic; 2 - roată (coroană) conică.





Rezolvare:

a. Raportul de angrenare

$$u = \frac{z_2}{z_1} = \frac{52}{11} = 4,727$$

b. Unghiurile conurilor de divizare (rostogolire)

$$\delta_1 = \arctg \frac{z_1}{z_2} = \arctg \frac{11}{52} = 11,944^\circ (11^\circ 56' 39''),$$

$$\delta_2 = \arctg \frac{z_2}{z_1} = \arctg \frac{52}{11} = 78,056^\circ (78^\circ 3' 20'').$$

c. Coeficienții de lățime ai danturii

Coeficientul de lățime median,

$$\psi_{Rm} = \frac{b}{R_m} = \frac{40}{85} = 0,47059.$$

Coeficientul de lățime ($\psi_R = b/R_e$),

$$\psi_R = \frac{\psi_{Rm}}{1 + 0,5 \psi_{Rm}} = \frac{0,47059}{1 + 0,5 \cdot 0,47059} = 0,381.$$

d. Modulul frontal/normal median

Modulul frontal median,

$$m_{mt} = \frac{2 R_m}{z_1 \sqrt{1 + u^2}} = \frac{2 R_m}{z_1 \sqrt{1 + \left(\frac{z_2}{z_1}\right)^2}} = \frac{2 \cdot 85}{11 \sqrt{1 + \left(\frac{52}{11}\right)^2}} = 3,19845 \text{ mm.}$$

Modulul normal median,

$$m_{mn} = m_{mt} \cos \beta_m = 3,19845 \cos 35^\circ = 2,62 \text{ mm.}$$

Modulul frontal exterior,

$$m_{et} = \frac{m_{mt}}{1 - 0,5 \psi_R} = \frac{3,19845}{1 - 0,5 \cdot 0,381} = 3,95114 \text{ mm.}$$

e. Înălțimile dinților

Înălțimea capului de divizare exterior,

$$h_{a1,2} = m_c h_c^* = 3 \cdot 1 = 3 \text{ mm.}$$

Înălțimea capului de divizare median,

$$h_{am1,2} = h_{a1,2} = 3 \text{ mm.}$$

Înălțimea piciorului dintelui (la exterior),

$$h_{f1,2} = m_c (h_c^* + c_c^*) = 3 \cdot (1 + 0,3) = 3,9 \text{ mm.}$$

Înălțimea dintelui (la exterior),

$$h_1 = h_2 = m_c (2 h_c^* + c_c^*) = 3 \cdot (2 \cdot 1 + 0,3) = 6,9 \text{ mm.}$$

Înălțimea capului de divizare exterior,

$$h_{ae1,2} = m_{et} h_{at}^* = 2,94174 \cdot 0,85 = 2,50048 \text{ mm.}$$

Înălțimea piciorului dintelui (la exterior),

$$h_{fe1,2} = m_{et} (h_{at}^* + c_t^*) = 2,94174 \cdot (0,85 + 0,88) = 5,08921 \text{ mm.}$$

Înălțimea dintelui (la exterior),

$$h_{e1} = h_{e2} = m_{et} (2 h_{at}^* + c_t^*) = 2,94174 \cdot (2 \cdot 0,85 + 0,88) = 7,58969 \text{ mm.}$$

f. Diametrele cercurilor

Diametrul cercului de divizare median,

$$d_{m1} = m_{mt} z_1 = 3,19845 \cdot 11 = 35,18295 \text{ mm,}$$

$$d_{m2} = m_{mt} z_2 = 3,19845 \cdot 52 = 166,3194 \text{ mm.}$$

Diametrul cercului de divizare exterior,

$$d_{e1} = m_{et} z_1 = 3,95114 \cdot 11 = 43,46254 \text{ mm,}$$

$$d_{e2} = m_{et} z_2 = 3,95114 \cdot 52 = 205,45928 \text{ mm.}$$

Diametrul cercului de divizare interior,

$$d_{i1} = m_{mt} z_1 (1 - 0,5 \psi_{Rm}) = 3,19845 \cdot 11 \cdot (1 - 0,5 \cdot 0,47059) = 26,90458 \text{ mm,}$$

$$d_{i2} = m_{mt} z_2 (1 - 0,5 \psi_{Rm}) = 3,19845 \cdot 52 \cdot (1 - 0,5 \cdot 0,47059) = 127,185277 \text{ mm.}$$

Diametrul cercului de cap exterior,

$$d_{ae1} = d_{e1} + 2 h_{a1} \cos \delta_1 = 43,46254 + 2 \cdot 3 \cdot \cos 11,944 = 49,33264 \text{ mm,}$$

$$d_{ae2} = d_{e2} + 2 h_{a2} \cos \delta_2 = 205,45928 + 2 \cdot 3 \cdot \cos = 206,701 \text{ mm.}$$

Diametrul cercului de picior exterior,

$$d_{fe1} = d_{e1} - 2 h_{f1} \cos \delta_1 = 43,46254 - 2 \cdot 3,9 \cdot \cos 11,944 = 35,8314 \text{ mm,}$$

$$d_{fe2} = d_{e2} - 2 h_{f2} \cos \delta_2 = 205,45928 - 2 \cdot 3,9 \cdot \cos 78,056 = 203,845 \text{ mm.}$$

g. Lungimile generatoarelor conurilor

Lungimea exterioară a generatoarei conului de divizare,

$$R_e = \frac{d_{e1}}{2 \sin \delta_1} = \frac{43,46254}{2 \cdot \sin 11,944} = 105 \text{ mm.}$$

Lungimea interioară a generatoarei conului de divizare,

$$R_i = R_e - b = 105 - 40 = 65 \text{ mm.}$$

h. Alți parametri geometrici

Distanța de așezare (la montaj),

$$L_1 = \frac{d_{e1}}{2 \tan \delta_1} - h_{a1} \sin \delta_1 + L_{a1} = \frac{43,46254}{2 \tan 11,944} - 3 \sin 11,944 + L_{a1} = 102,11 \text{ mm} + L_{a1},$$

$$L_2 = \frac{d_{e2}}{2 \tan \delta_2} - h_{a2} \sin \delta_2 + L_{a2} = \frac{205,45928}{2 \tan 78,056} - 3 \sin 78,056 + L_{a2} = 18,796 \text{ mm} + L_{a2},$$

unde, L_{a1} și L_{a2} se adoptă constructiv la modelarea 3D.

i. Parametri de control a roților

Coarda de divizare frontală mediană a dintelui,

$$s_{cmt1} \approx m_{mt} \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{\left(m_{mt} \frac{\pi}{2} \cos \delta_1 \right)^2}{6 d_{m1}^2} \right) = 3,19845 \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{\left(3,19845 \frac{\pi}{2} \cos 11,944 \right)^2}{6 \cdot 35,18295^2} \right) = 5,00777 \text{ mm,}$$

$$s_{cmt2} \approx m_{mt} \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{\left(m_{mt} \frac{\pi}{2} \cos \delta_2 \right)^2}{6 d_{m2}^2} \right) = 3,19845 \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{\left(3,19845 \frac{\pi}{2} \cos 78,056 \right)^2}{6 \cdot 166,3194^2} \right) = 5,02408 \text{ mm.}$$

Înălțimea la coarda de divizare frontală mediană a dintelui,

$$h_{cmt1} = h_{a1} + \frac{\left(m_{mt} \frac{\pi}{2} \right)^2 \cos \delta_1}{4 d_{m1}} = 3 + \frac{\left(3,19845 \frac{\pi}{2} \right)^2 \cos 11,944}{4 \cdot 35,18295} = 3,17548 \text{ mm,}$$

$$h_{cmt2} = h_{a2} + \frac{\left(m_{mt} \frac{\pi}{2} \right)^2 \cos \delta_2}{4 d_{m2}} = 3 + \frac{\left(3,19845 \frac{\pi}{2} \right)^2 \cos 78,056}{4 \cdot 166,3194} = 3,00785 \text{ mm.}$$

Coarda de divizare normală mediană a dintelui,

$$s_{cmn1} = s_{cmt1} \cos \beta_m \left(1 - \frac{s_{cmt1} \sin(2\beta_m)}{4 R_m} \right) = 5,00777 \cos 35 \left(1 - \frac{5,00777 \sin(2 \cdot 35)}{4 \cdot 85} \right) = 4,04535 \text{ mm,}$$

$$s_{cmn2} = s_{cmt2} \cos \beta_m \left(1 - \frac{s_{cmt2} \sin(2\beta_m)}{4 R_m} \right) = 5,02408 \cos 35 \left(1 - \frac{5,02408 \sin(2 \cdot 35)}{4 \cdot 85} \right) = 4,05834 \text{ mm.}$$

Înălțimea la coarda de divizare normală mediană a dintelui,

$$h_{cmn1} = h_{cmt1} \left(1 - \frac{s_{cmt1} \sin(2\beta_m)}{4 R_m} \right) = 3,17548 \left(1 - \frac{5,00777 \sin(2 \cdot 35)}{4 \cdot 85} \right) = 3,13153 \text{ mm,}$$

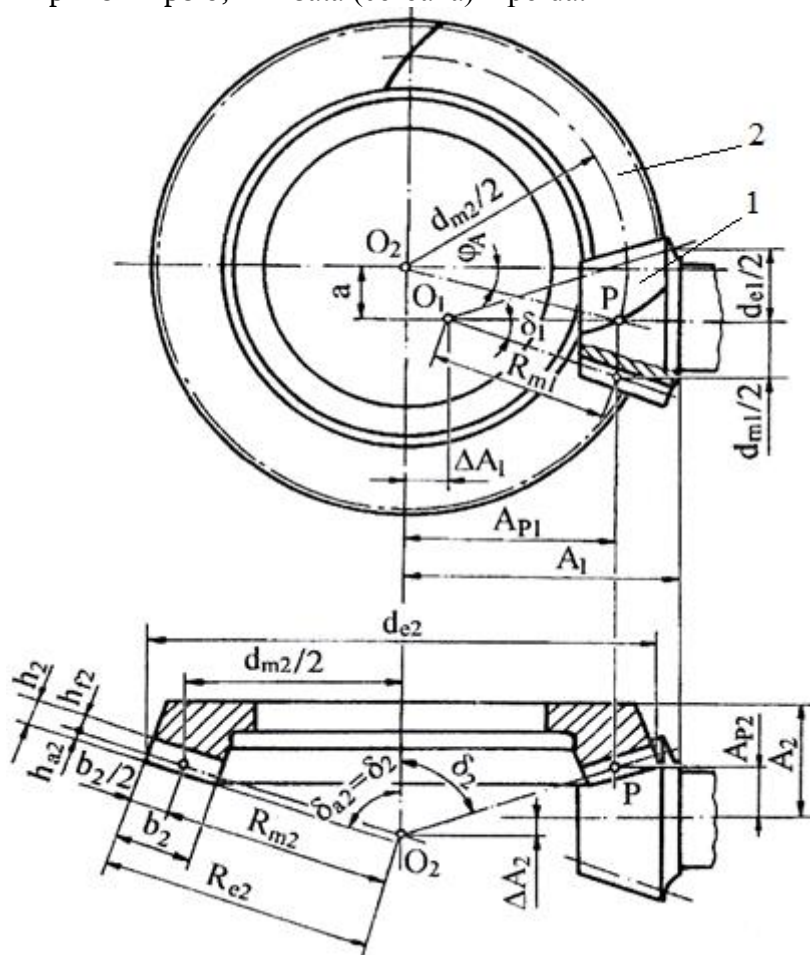
$$h_{cmn2} = h_{cmt2} \left(1 - \frac{s_{cmt2} \sin(2\beta_m)}{4 R_m} \right) = 3,00785 \left(1 - \frac{5,02408 \sin(2 \cdot 35)}{4 \cdot 85} \right) = 2,96607 \text{ mm.}$$

II_1.9.

Să se determine elementele geometrice ale angrenajului hipoid ortogonal cu dantură eloidă (înălțimea dintelui constantă) și roților acestuia

Se dau: parametrii profilului de referință: unghiul de angrenare (presiune) normal de divizare $\alpha_n = 20^\circ$, coeficientul nominal al capului dintelui de referință, $h_c^* = 1$, coeficientul jocului de referință nominal la piciorul dintelui $c_c^* = 0,3$; numărul de dinți ai pinionului $z_1 = 7$; numărul de dinți ai roții $z_2 = 35$; coeficientul distanței dintre axe roților $2a/d_{m2} = 0,25$ (transmisii centrale ale autovehiculelor grele); unghiul conului de divizare al roții $\delta_2 = 70^\circ$; unghiul de divizare median al danturii pinionului $\beta_{m1} = 50^\circ$; lățimea danturii roții $b_2 = 35$ mm; lungimea mediană a generatoarei roții $R_{m2} = 90$ mm; modulul nominal al capului portcuțite $m_c = 3,75$ mm; angrenajul se integrează în transmisia unui autovehicul greu; danturile se consideră nedeplasate.

Structura constructivă: 1 - pinion hipoid; 2 - roată (coroană) hipoidă.



Rezolvare:

a. Raportul de angrenare

$$u = \frac{z_2}{z_1} = \frac{35}{7} = 5.$$

b. Unghiul punctului de contact median al roții

$$\varphi_A = \arctg \left(\operatorname{tg} \left(\arcsin \frac{2a}{d_{m2}} \right) \sin^2 \delta_2 \right) = \arctg \left(\operatorname{tg} (\arcsin 0,25) \sin^2 70^\circ \right) = 12,84363^\circ.$$

c. Unghiul conului de divizare al pinionului [Moldovean, 2002]

$$\delta_1 = \arcsin (\cos \delta_2 \cos \varphi_A) = \arcsin (\cos 70^\circ \cos 12,84363^\circ) = 19,479^\circ.$$

d. Unghiul de înclinare de divizare median al danturii roții

$$\beta_{m2} = \beta_{m1} - \arctg \left(\operatorname{tg} \left(\arcsin \frac{2a}{d_{m2}} \right) \sin \delta_2 \right) = 50^\circ - \arctg (\operatorname{tg} (\arcsin 0,25) \cdot \sin 70^\circ) = 36,362^\circ$$

e. Modulele mediane

Modulul frontal median al roții,

$$m_{mt2} = \frac{2 R_{m2} \sin \delta_2}{z_2} = \frac{2 \cdot 90 \sin 70^\circ}{35} = 4,8327 \text{ mm}.$$

Modulul normal median al pinionului și roții,

$$m_{mn} = m_{mt2} \cos \beta_{m2} = 4,8327 \cos 36,362^\circ = 3,8917 \text{ mm}.$$

Modulul frontal median al pinionului,

$$m_{mt1} = \frac{m_{mn}}{\cos \beta_{m1}} = \frac{3,8917}{\cos 50} = 6,0544 \text{ mm.}$$

f. Lățimea pinionului [Moldovean, 2002]

$$b_1 \approx \frac{b_2}{\cos \arctg \left(\tg \left(\arcsin \frac{2a}{d_{m2}} \right) \sin \delta_2 \right)} + 3 m_{mn} \tg \left(\arcsin \frac{2a}{d_{m2}} \right) \sin \delta_2 = \frac{35}{\cos \arctg \left(\tg \left(\arcsin 0,25 \right) \sin 70 \right)} + 3 \cdot 6,0544 \tg \left(\arcsin 0,25 \right) \cdot \sin 70 = 40,42 \text{ mm.}$$

g. Lungimea mediană a generatoarei conului de divizare al pinionului

$$R_{m1} = \frac{m_{mt1} z_1}{2 \sin \delta_1} = \frac{6,0544 \cdot 7}{2 \sin 19,479} = 62,5468.$$

h. Coeficienții de lățime ai danturii

Coeficientul de lățime median al pinionului,

$$\psi_{Rm1} = \frac{b_1}{R_{m1}} = \frac{40,42}{62,5468} = 0,646.$$

Coeficientul de lățime median al roții,

$$\psi_{Rm2} = \frac{b_2}{R_{m2}} = \frac{35}{90} = 0,389.$$

Coeficientul de lățime exterior al pinionului,

$$\psi_{R1} = \frac{\psi_{Rm1}}{1 + 0,5 \psi_{Rm1}} = \frac{0,646}{1 + 0,5 \cdot 0,645} = 0,488.$$

Coeficientul de lățime exterior al roții,

$$\psi_{R2} = \frac{\psi_{Rm2}}{1 + 0,5 \psi_{Rm2}} = \frac{0,389}{1 + 0,5 \cdot 0,389} = 0,32566.$$

i. Modulele frontale exterioare

Modulul frontal exterior al pinionului,

$$m_{et1} = \frac{m_{mt1}}{1 - 0,5 \psi_{R1}} = \frac{6,0544}{1 - 0,5 \cdot 0,488} = 8,00847 \text{ mm.}$$

Modulul frontal exterior al roții,

$$m_{et2} = \frac{m_{mt2}}{1 - 0,5 \psi_{R2}} = \frac{4,8327}{1 - 0,5 \cdot 0,32566} = 5,77266 \text{ mm.}$$

j. Înălțimile dinților

Înălțimea capului de divizare exterior,

$$h_{a1,2} = m_c h_c^* = 3,75 \cdot 1 = 3,75 \text{ mm.}$$

Înălțimea piciorului dintelui (la exterior),

$$h_{f1,2} = m_c (h_c^* + c_c^*) = 3,75 \cdot (1 + 0,3) = 4,875 \text{ mm.}$$

Înălțimea dintelui (la exterior),

$$h_1 = h_2 = m_c (2 h_c^* + c_c^*) = 3,75 \cdot (2 \cdot 1 + 0,3) = 8,625 \text{ mm.}$$

k. Diametrele cercurilor

Diametrul cercului de divizare median,

$$d_{m1} = m_{mt1} z_1 = 6,0544 \cdot 7 = 42,3808 \text{ mm,}$$

$$d_{m2} = m_{mt2} z_2 = 4,8327 \cdot 35 = 169,1445 \text{ mm.}$$

Diametrul cercului de divizare exterior,

$$d_{e1} = m_{et1} z_1 = 8,00847 \cdot 7 = 56,05929 \text{ mm,}$$

$$d_{e2} = m_{et2} z_2 = 5,77266 \cdot 35 = 202,0431 \text{ mm.}$$

Diametrul cercului de divizare interior,

$$d_{i1} = m_{mt1} z_1 (1 - 0,5 \psi_{Rm1}) = 6,0544 \cdot 7 \cdot (1 - 0,5 \cdot 0,645) = 28,713 \text{ mm,}$$

$$d_{i2} = m_{mt2} z_2 (1 - 0,5 \psi_{Rm2}) = 4,8327 \cdot 35 \cdot (1 - 0,5 \cdot 0,389) = 136,2459 \text{ mm.}$$

Diametrul cercului de cap exterior,

$$d_{ae1} = d_{e1} + 2 h_{a1} \cos \delta_1 = 56,05929 + 2 \cdot 3,75 \cdot \cos 19,479 = 63,13 \text{ mm,}$$

$$d_{ae2} = d_{e2} + 2 h_{a2} \cos \delta_2 = 202,0431 + 2 \cdot 3,75 \cdot \cos 70 = 204,60825 \text{ mm.}$$

Diametrul cercului de picior exterior,

$$d_{fe1} = d_{e1} - 2 h_{f1} \cos \delta_1 = 56,05929 - 2 \cdot 4,875 \cdot \cos 19,479 = 46,86734 \text{ mm,}$$

$$d_{fe2} = d_{e2} - 2 h_{f2} \cos \delta_2 = 202,0431 - 2 \cdot 4,875 \cdot \cos 70 = 198,7289 \text{ mm.}$$

l. Distanța dintre axele roților

Din condiția impusă $2a/d_{m2} = 0,25$ rezultă,

$$a = \frac{0,25 d_{m2}}{2} = \frac{0,25 \cdot 169,1445}{2} = 21,143 \text{ mm.}$$

m. Lungimile generatoarelor conurilor

Lungimea exterioară a generatoarei conului de divizare,

$$R_{e1} = \frac{d_{e1}}{2 \sin \delta_1} = \frac{56,05929}{2 \cdot \sin 19,479} = 84,56655 \text{ mm.}$$

$$R_{e2} = \frac{d_{e2}}{2 \sin \delta_2} = \frac{202,0431}{2 \cdot \sin 70} = 107,5 \text{ mm.}$$

Lungimea interioară a generatoarei conului de divizare,

$$R_{i1} = R_{e1} - b_1 = 82,89 - 40,42 = 42,47 \text{ mm.}$$

$$R_{i2} = R_{e2} - b_2 = 107,5 - 35 = 72,5 \text{ mm.}$$

n. Alți parametri

Distanța de cap interioară,

$$L_{ai1} = b_1 \cos \delta_1 + L_{ae1} = 40,42 \cos 19,479 + L_{ae1} = 38,106 \text{ mm} + L_{ae1},$$

$$L_{ai2} = b_2 \cos \delta_2 + L_{ae2} = 35 \cos 70 + L_{ae2} = 11,97 \text{ mm} + L_{ae2},$$

unde, L_{ae1} și L_{ae2} se adoptă constructiv la modelarea 3D.

Distanța de așezare a polului angrenării,

$$A_{p1} = \frac{d_{m2} \cos \varphi_A}{2} = \frac{169,1445 \cos 12,84363}{2} = 82,4563 \text{ mm,}$$

$$A_{p2} = \frac{d_{m1} \sin \delta_2}{2 \cos \delta_1} = \frac{42,3808 \sin 70}{2 \cos 19,479} = 21,12137 \text{ mm.}$$

Distanța vârfului conului de divizare,

$$\Delta A_1 = A_{p1} - \frac{d_{m1}}{2 \tan \delta_1} = 82,4563 - \frac{42,3808}{2 \tan 19,479} = 22,547 \text{ (pentru transmisiile autovehiculelor grele),}$$

$$\Delta A_2 = \frac{d_{m2}}{2 \tan \delta_2} - A_{p2} = \frac{169,1445}{2 \tan 70} - 21,12137 = 9,66 \text{ mm.}$$

Distanța de montaj,

$$A_1 = \frac{d_{e1}}{2 \tan \delta_1} - h_{a1} \sin \delta_1 + \Delta A_1 + L_{ae1} = \frac{56,05929}{2 \tan 19,479} - 3,75 \sin 19,479 + 22,547 + L_{ae1} = 100,542 \text{ mm} +$$

L_{ae1} (pentru transmisiile autovehiculelor grele),

$$A_2 = \frac{d_{e2}}{2 \tan \delta_2} - h_{a2} \sin \delta_2 - \Delta A_2 + L_{ae2} = \frac{202,0431}{2 \tan 70} - 3,75 \sin 70 - 9,66 + L_{ae2} = 23,585 + L_{ae2},$$

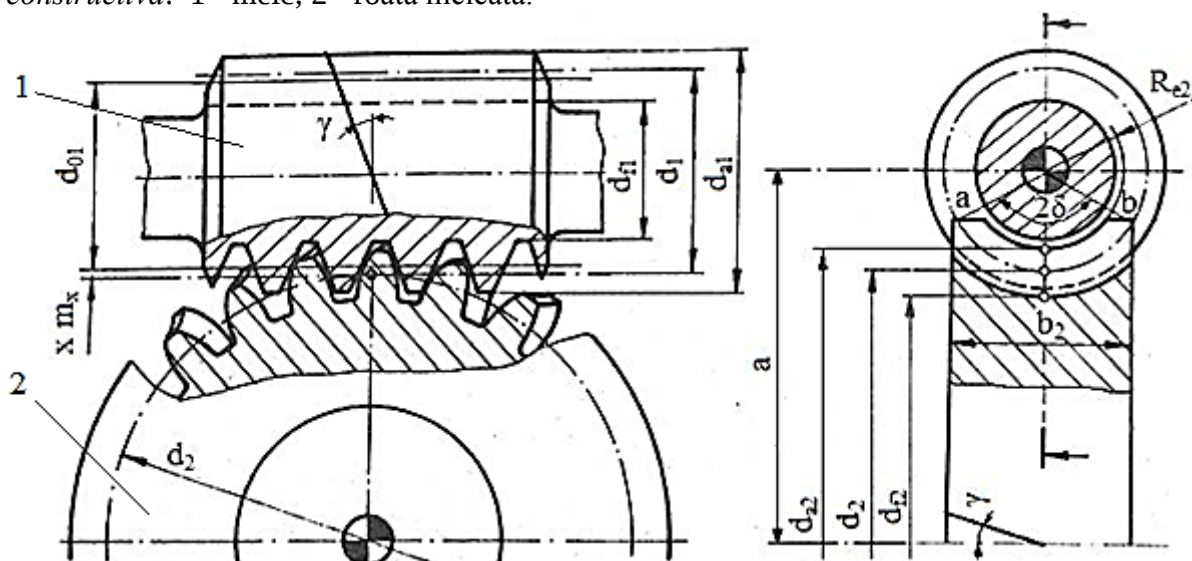
unde, L_{ae1} și L_{ae2} se adoptă constructiv la modelarea 3D.

II_1.10.

Să se determine elementele geometrice ale angrenajului melcat cilindric.

Se dau: modulul axial al melcului, $m_x = 5 \text{ mm}$; numărul de începuturi ale melcului, $z_1 = 1$; factorul diametral $q = 9$; raportul de transmitere $i = 42$; distanța dintre axe impusă $a = 130 \text{ mm}$;

Structura constructivă: 1 - melc; 2 - roată melcată.



Rezolvare:

a. Numărul de dinți ai roții melcate

$$z_2 = i z_1 = 1 \cdot 42 = 42 \text{ dinți,}$$

b. Unghiul elicei melcului

$$\gamma = \arctg \frac{z_1}{q} = \arctg \frac{1}{9} = 6,34019^\circ (6^\circ 20' 24'').$$

c. Coeficientul deplasării de profil a melcului

Pentru a se realiza distanța dintre axe impusă, din relația,

$$a = \frac{m_x(q+z_2+2x)}{2},$$

se determină, coeficientul deplasării de profil a melcului,

$$x = \frac{a}{m_x} - \frac{q+z_2}{2} = \frac{130}{5} - \frac{9+42}{2} = 0,5.$$

d. Diametrele cercurilor

Diametrul cercului de referință al melcului,

$$d_{01} = m_x q = 5 \cdot 9 = 45 \text{ mm.}$$

Diametrul cercului de divizare al melcului,

$$d_1 = m_x (q + 2x) = 5 (9 + 2 \cdot 0,5) = 50 \text{ mm.}$$

Diametrul cercului de divizare al roții melcate,

$$d_2 = m_x z_2 = 5 \cdot 42 = 210 \text{ mm.}$$