

MEF-T.2.4

PROBLEME DE CÂMPURI ELECTTRICE ÎN MEDII SOLIDE

CUPRINS

MEF-T.2.4.1 INTRODUCERE

MEF-T.2.4.2 PROPAGAREA ELECTRICITĂȚII PRINTR-UN CONDUCTOR

MEF-T.2.4.3 CÂMPURI ELECTROMAGNETICE SPAȚIALE

MEF-T.2.4.1 INTRODUCERE

MEF-T.2.4.2 PROPAGAREA ELECTRICITĂȚII PRINTR-UN CONDUCTOR

Conductorul liniar din fig. 1, în punctul P, cu coordonata x , unde $V(x, t)$ este potențialul, $I(x, t)$ – intensitatea curentului, c – capacitatea, cantitatea de electricitate din elementul de lungime dx este $cVdx$. Dacă variația acestei cantități de electricitate cu variația dt a timpului t ,

$$c \frac{V(t+dt) - V(t)}{dt} dt dx = c \frac{\partial V}{\partial t} dt dx, \quad (1)$$

este egală cu cantitatea de electricitate care intră în elementul de lungime dx , în timpul dt ,

$$\left(1 - \left(1 + \frac{\partial I}{\partial x} dx \right) \right) dt = - \frac{\partial I}{\partial x} dx dt, \quad (2)$$

atunci rezultă

$$\frac{\partial I}{\partial x} = -c \frac{\partial V}{\partial t}. \quad (3)$$

Folosind legea lui Ohm

$$\frac{\partial V}{\partial x} = -RI, \quad (4)$$

ecuația (2.95) devine

$$cR \frac{\partial V}{\partial t} = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2}, \quad (5)$$

unde cu R s-a notat rezistența electrică.

Această ecuație este similară cu ecuația diferențială de propagare unidirecțională a căldurii (v. (2.85)).

Condițiile inițiale și limită sub formă generală, se pot sintetiza astfel: $V = V_1$, pentru $t = t_1$, $x = x_1$ și $V = V_2$, pentru $t =$

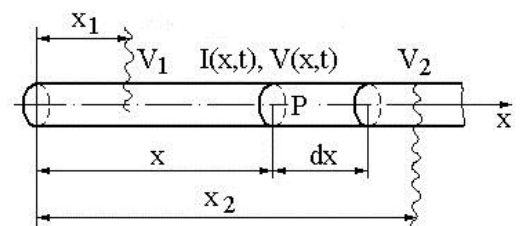


Fig. 1

$t_2, x = x_2$.

MEF-T.2.4.3 CÂMPURI ELECTROMAGNETICE SPAȚIALE

Analiza câmpurilor electromagnetice dintr-un mediu oarecare se poate realiza rezolvând ecuațiile lui Maxwell [Zienkiewicz, 1987]:

$$\begin{aligned} [\nabla]^T [H] &= -[J], \\ [B] &= \mu [H], \\ [\nabla]^T [B] &= 0, \end{aligned} \quad (6)$$

considerând $[H] = 0$ și $[B] = [0]$ la o distanță foarte mare (infinită de sursă). În ecuațiile (2.98): $[J] = [J_x \ J_y \ J_z]^T$ este matricea densității curentului sursei; $[B] = [B_x \ B_y \ B_z]^T$ și $[H] = [H_x \ H_y \ H_z]^T$ – matricele inducției magnetice și, respectiv, intensității câmpului magnetic; μ – permeabilitatea magnetică; x – simbolul produsului vectorial; $[\nabla]$ – gradientul (operatorul diferențial) cu forma

$$[\nabla] = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Soluția modelului definit mai sus, pentru cazul $\mu = 1$ (mediul este vid), este dată de integrala

$$[H_s] = \frac{1}{4} \pi \int_{\Omega} \frac{[J]([r] - [r'])}{([r] - [r'])^2} d\Omega, \quad (8)$$

în care: $[r]$ este matricea coordonatelor unui punct oarecare al mediului; $[r']$ – matricea coordonatelor elementului de volum $d\Omega$. Cunoscând $[H_s]$, pentru $\mu > 0$ se poate scrie relația

$$[H] = [H_s] + [H_m], \quad (9)$$

care înlocuită în (2.98) determină relațiile:

$$\begin{aligned} [\nabla]^T [H_m] &= [0], \\ [B] &= \mu ([H_s] + [H_m]), \\ [\nabla]^T [B] &= 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Introducând potențialul scalar ϕ , matricea $[H_m]$ se poate scrie sub forma

$$[H_m] = [\nabla] \phi. \quad (11)$$

După înlocuirea relației (11) în relațiile (10) și eliminarea matricei $[B]$, rezultă

$$[\nabla]^T \mu [\nabla] \phi + [\nabla]^T \mu [H_s] = [0], \quad (12)$$

ecuația diferențială sintetică, rezolvabilă cu MEF.