

AEF-T.2.3

PROBLEME DE CÂMPURI TERMICE ÎN MEDII SOLIDE

CUPRINS

MEF-T.2.3.1 INTRODUCERE

MEF-T.2.3.2 ECUAȚIA CĂLDURII

MEF-T.2.3.1 INTRODUCERE

Multe din problemele tehnice implică studiul transferului de căldură prin medii solide sau lichide, în regim staționar sau variabil (nestaționar). Transmiterea căldurii este procesul natural de transfer a energiei interne de la mediile cu temperatura mai mare la cele cu temperatura mai mică sau în interiorul unui corp, de la părți ale acestuia cu temperatura mai ridicată la părți cu temperatura mai scăzută. În cazul corpurilor solide, de regulă transmiterea căldurii se realizează prin conducție în interiorul corpului și prin contactul direct între corpuri [Gârbea, 1990; Pascariu, 1985].

Rezolvarea problemelor de transmiterea căldurii prin conducție, în cazurile simple, se realizează prin metode analitice, iar în cazuri mai complicate prin metode numerice, cel mai frecvent cu MEF.

MEF-T.2.3.2 ECUAȚIA CĂLDURII

Câmpul termic conductiv dintr-un corp izotrop descris de temperatura $T(x, y, z, t)$ (fig. 1) este definit de ecuația diferențială a căldurii (Fourier), care exprimă echilibrul energetic și are forma

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{Q}{\lambda} = \frac{\rho c}{\lambda} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1)$$

unde: Q reprezintă debitul surselor interioare de căldură, λ - coeficientul de conductivitate, c - căldura specifică și ρ - densitatea materialului. Când regimul termic este staționar, în condițiile existenței sursei de căldură, ecuația (1) devine ecuație de tip Poisson,

$$\frac{\partial T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{Q}{\lambda} = 0 \quad (2)$$

iar dacă sursa termică lipsește, această ecuație devine ecuație de tip Laplace

$$\frac{\partial T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0 \quad (3)$$

Descrierea completă, a unei probleme de transfer a căldurii trebuie să includă și condițiile inițiale și limită.

Condițiile inițiale definesc distribuția temperaturilor în domeniul problemei la începutul procesului tranzitoriu, respectiv la $t = 0$. În majoritatea problemelor practice, temperatura inițială,

$$T(x, y, z, 0) = T_0 \quad (4)$$

în orice punct al domeniului de volum V .

Condițiile limită spațiale de ordinul întâi (Dirichlet), se referă la câmpul de temperaturi cunoscut, pe frontiera S , a domeniului (fig. 1).

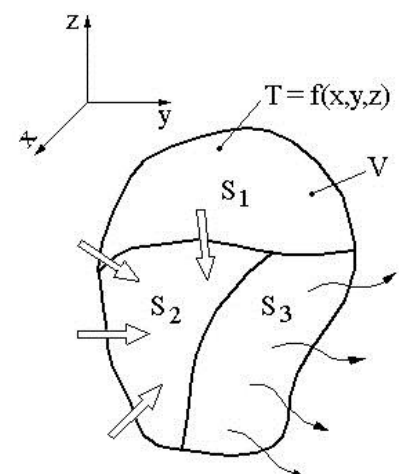


Fig. 1

Astfel, se consideră

$$T(x, y, z, t) = f(x, y, z) \quad (5)$$

cu $f(x, y, z)$ o funcție dată.

Condițiile limită spațiale de ordinul al doilea (Neuman) cuantifică fluxul termic aplicat pe frontiera S_2 , a domeniului (fig. 1), prin dependență

$$q = \lambda_x \frac{\partial T}{\partial x} l + \lambda_y \frac{\partial T}{\partial y} m + \lambda_z \frac{\partial T}{\partial z} n \quad (6)$$

în care q reprezintă intensitatea fluxului de căldură; $\lambda_x, \lambda_y, \lambda_z$ - coeficienții de conductivitate termică după direcția x, y și, respectiv, z ; l, m, n - cosinusurile directoare ale normalei la suprafață.

Condițiile limită spațiale de ordinul al treilea (Cauchy) se referă la schimbul de căldură prin convecție pe frontiera S . Acestea se descriu cu relația

$$\lambda_x \frac{\partial T}{\partial x} l + \lambda_y \frac{\partial T}{\partial y} m + \lambda_z \frac{\partial T}{\partial z} n + \alpha(T - T_0) = 0 \quad (7)$$

în care α este coeficientul de transmitere a căldurii prin convecție, prin frontiera S_3 , la mediul înconjurător și T - temperatura mediului exterior.

Ecuația diferențială (1) și condițiile limită (4) ... (7) asigură o soluție unică a problemei de conducție termică în regim staționar.