

MEF-T.2.2

PROBLEME DE CÂMPURI MECANICE ÎN MEDII FLUIDE

CUPRINS

MEF-T.2.2.1 INTRODUCERE

MEF-T.2.1.2 ECUAȚIILE CURGERII UNIDIMENSIONALE A UNUI FLUID VÂSCOS ÎN REGIM TRANZITORIU

MEF-T.2.1.1 INTRODUCERE

Fluidul este un mediu continuu, ușor modificabil sub acțiunea forțelor exterioare. În orice punct al mediului se definesc parametrii de câmp (presiune, viteză), dependenți de coordonatele poziționale și de timpul t .

Modelul general al problemei de analiza a unui mediu fluid încărcat cu sarcini exterioare, în anumite condiții limită, este descris prin ecuațiile generale de mișcare, obținute aplicând legile fundamentale de conservare a masei, a impulsului și a energiei. Datorită complexității mărite a problemelor generale de analiză a unui mediu fluid, în continuare, se prezintă un caz particular, care permite evidențierea aspectelor legate de aplicarea MEF pentru aceste tipuri de probleme.

MEF-T.2.1.2 ECUAȚIILE CURGERII UNIDIMENSIONALE A UNUI FLUID VÂSCOS ÎN REGIM TRANZITORIU

Se consideră mișcarea unui fluid între două plăci plane, paralele (fig. 1). Mișcarea fluidului este generată de deplasarea cu viteza u_0 a plăcii superioare față de placa inferioară, considerată fixă. Inițial ($t = 0$), fluidul se află în stare de repaus, nefiind supus unui câmp exterior de presiune. Particulele fluidului sunt antrenate în mișcare paralelă, de placa mobilă, cu vitezele $u(y, t)$, crescând de la zero la o valoare maximă stabilizată.

Ecuația de mișcare a fluidului este dată de relația [Brătianu, 1983, Olariu, 1986]

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (1)$$

în care cu μ s-a notat vâscozitatea fluidului. Condițiile inițiale și limită sunt sintetizate în relațiile:

$$\begin{aligned} u(y, 0) &= 0, \\ u(0, t) &= 0, \\ u(h, t) &= u_0, \end{aligned} \quad (2)$$

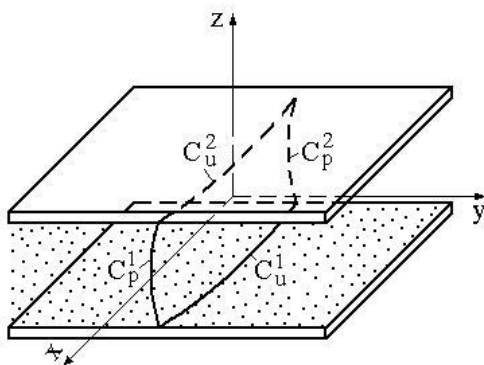


Fig. 1

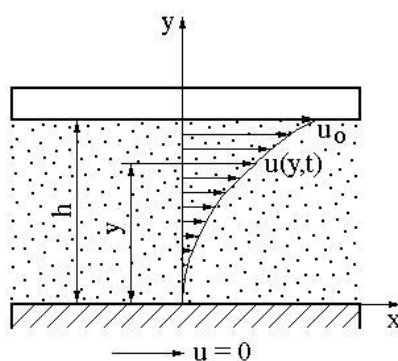


Fig. 2

în care cu h s-a notat distanța dintre cele două plăci.

Analiza cu MEF a curgerii fluidului, descrisă mai sus, presupune rezolvarea ecuației diferențiale (1), ținând cont de condițiile (2), în scopul determinării câmpului de viteze al regimului tranzitoriu de curgere.

Curgerea izotermă și staționară a unui fluid newtonian între două plăci paralele (fig. 2), datorită existenței unui nivel redus de presiune, se descrie folosind ecuațiile de conservare a masei și a impulsului [Brătianu, 1983]. Astfel, notând cu u și v componentele vitezei pe direcțiile x și, respectiv, y , și cu p presiunea, mișcarea fluidului se descrie cu ecuațiile:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right), \quad (4)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (5)$$

Condițiile limită pentru această problemă sunt:

$$u = v = 0, \quad \text{pentru } y = y_1, x \in C_u^1;$$

$$u = v = 0, \quad \text{pentru } y = y_2, x \in C_u^2;$$

$$\frac{\partial u}{\partial n} = \frac{\partial v}{\partial n} = 0, p = p_1, \quad \text{pentru } x = x_1, y \in C_p^1; \quad (6)$$

$$\frac{\partial u}{\partial n} = \frac{\partial v}{\partial n} = 0, p = p_2, \quad \text{pentru } x = x_2, y \in C_p^2;$$

unde s-au notat cu $C_u^{1,2}$ două segmente de frontieră a domeniului de analiză pe care se cunosc vitezele și cu $C_p^{1,2}$ două segmente de frontieră pe care se cunosc fluxurile pe direcția normală și presiunile.