

MEF-AI.2.3

ASAMBLAREA MATRICELOR DE RIGIDITATE

CUPRINS

MEF-AI.2.3.1 INTRODUCERE

MEF-AI.2.3.2 ALGORITM ȘI PROGRAM DE ASAMBLARE

MEF-AI.2.3.1 INTRODUCERE

Matricele de rigiditate asociate modelelor numerice cu elemente finite, au următoarele proprietăți principale:

- matricea de rigiditate, de obicei, este simetrică;
- elementele diagonalei principale ale matricei de rigiditate sunt nenule, de obicei, pozitive;
- elementele matricei de rigiditate sunt grupate în jurul diagonalei principale sub formă de bandă de lățime LBAND (fig. 1)

Având în vedere aceste proprietăți, pentru economisirea volumului de memorie necesar și micșorarea timpului de calcul, se impune micșorarea lățimii benzii (LBAND) la valori minime posibile și stocarea în memorie a unui număr minim de elemente matriceale.

Pentru reducerea lățimii benzii, se impune optimizarea schemei de numerotare a nodurilor domeniului problemei. De aceea, în multe situații practice, se realizează renumerotarea nodurilor structurii în vederea minimizării lățimii benzii.

În direcția economisii memoriei, sunt posibile două variante:

- stocarea în memorie și prelucrarea numai a elementelor de pe diagonala principală și ale blocului triunghiular de deasupra diagonalei principale;
- stocarea în memorie numai a elementelor diagonalei principale și ale semibenzii superioare, într-o matrice bandă.

Cea de-a doua variantă s-a consacrat în practica MEF datorită avantajelor privind economia de spațiu din memoria operativă și reducerea costului rulării. Astfel, pentru un volum de memorie operativă dat, se mărește dimensiunea (numărul maxim al gradelor de libertate) problemei de analizat, beneficiind în acest fel de avantajul prelucrării rapide a întregului program în memoria operativă.

MEF-AI.2.3.2 ALGORITM ȘI PROGRAM DE ASAMBLARE

Operația de asamblare presupune însumarea elementelor matricelor de rigiditate și ale termenilor liberi, ținând cont de corespondențele dintre numerele nodurilor și gradelor de libertate ale elementelor finite adiacente. Această corespondență este realizată de *matricea de identitate*, ale cărei elemente indică pozițiile elementelor matricelor de rigiditate ale elementelor finite în matricea de rigiditate a modelului numeric global.

Elementele matricei de identificare se obțin din elementele *matricei de conexiuni* (corespondența dintre nodurile elementului finit de referință și nodurile elementelor finite ale structurii), cu luarea în considerare a numărului gradelor de libertate (necunoscutelor) ale unui nod. De exemplu, pentru problema reprezentată în §5.1.1.2, cu matricea de conexiuni din tab.1 și cu două grade de libertate pe nod, matricea de identificare este prezentată în tab. 2. Calculul elementelor matricei de identificare se realizează cu ajutorul subprogramului MAT_IDEN din fig. 1.

În acest fel, elementelor matricelor de rigiditate ale elementelor finite li se asociază două seturi de indici: unul corespunzător sistemului de numerotare local – pentru elementul finit de referință – și celălalt corespunzător sistemului de numerotare global, în cadrul domeniului problemei. Astfel, matricele de rigiditate, recompleteate cu indicii de poziție în sistemele de coordonate local și global (tab. 2), sunt:

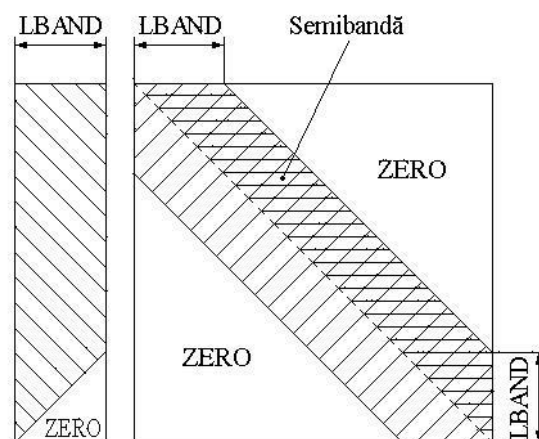


Fig. 1

Tab. 1

Elemente finite	Noduri		
	i	j	k
1	1	3	2
2	2	3	4
3	4	3	5

Tab. 2

Elemente finite	Poziția în local					
	1	2	3	4	5	6
1	1	2	5	6	3	4
2	3	4	5	6	7	8
3	7	8	5	6	9	10

```

Procedure MAT_IDEN(var ne,nne,ngl:integer;var id:mat1;var cn:mat2);
{type mat1=array[1..ne,1..necel] of integer;mat2=array[1..ne,
1..nne] of integer;}
var i,j,jj:integer;
begin
  for i:=1 to ne do
    for j:=1 to nne do
      for jj:= ngl-1 downto 0 do
        id[i,ngl*j-jj]:=ngl*cn[i,j]-jj;
end;

```

Fig. 1

$$[k^1] = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 5 & 6 & 3 & 4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{matrix} & \begin{bmatrix} k_{11}^1 & k_{12}^1 & k_{13}^1 & k_{14}^1 & k_{15}^1 & k_{16}^1 \\ k_{21}^1 & k_{22}^1 & k_{23}^1 & k_{24}^1 & k_{25}^1 & k_{26}^1 \\ k_{31}^1 & k_{32}^1 & k_{33}^1 & k_{34}^1 & k_{35}^1 & k_{36}^1 \\ k_{41}^1 & k_{42}^1 & k_{43}^1 & k_{44}^1 & k_{45}^1 & k_{46}^1 \\ k_{51}^1 & k_{52}^1 & k_{53}^1 & k_{54}^1 & k_{55}^1 & k_{56}^1 \\ k_{61}^1 & k_{62}^1 & k_{63}^1 & k_{64}^1 & k_{65}^1 & k_{66}^1 \end{bmatrix} \end{matrix} \begin{matrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \\ 3 & 5 \\ 4 & 6 \\ 5 & 3 \\ 6 & 4 \end{matrix} \quad (1)$$

$$[k^2] = \begin{matrix} & \begin{matrix} 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{matrix} & \begin{bmatrix} k_{11}^2 & k_{12}^2 & k_{13}^2 & k_{14}^2 & k_{15}^2 & k_{16}^2 \\ k_{21}^2 & k_{22}^2 & k_{23}^2 & k_{24}^2 & k_{25}^2 & k_{26}^2 \\ k_{31}^2 & k_{32}^2 & k_{33}^2 & k_{34}^2 & k_{35}^2 & k_{36}^2 \\ k_{41}^2 & k_{42}^2 & k_{43}^2 & k_{44}^2 & k_{45}^2 & k_{46}^2 \\ k_{51}^2 & k_{52}^2 & k_{53}^2 & k_{54}^2 & k_{55}^2 & k_{56}^2 \\ k_{61}^2 & k_{62}^2 & k_{63}^2 & k_{64}^2 & k_{65}^2 & k_{66}^2 \end{bmatrix} \end{matrix} \begin{matrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \\ 3 & 5 \\ 4 & 6 \\ 5 & 7 \\ 6 & 4 \end{matrix} \quad (2)$$

$$[k^3] = \begin{matrix} & \begin{matrix} 7 & 8 & 5 & 6 & 9 & 10 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{matrix} & \begin{bmatrix} k_{11}^3 & k_{12}^3 & k_{13}^3 & k_{14}^3 & k_{15}^3 & k_{16}^3 \\ k_{21}^3 & k_{22}^3 & k_{23}^3 & k_{24}^3 & k_{25}^3 & k_{26}^3 \\ k_{31}^3 & k_{32}^3 & k_{33}^3 & k_{34}^3 & k_{35}^3 & k_{36}^3 \\ k_{41}^3 & k_{42}^3 & k_{43}^3 & k_{44}^3 & k_{45}^3 & k_{46}^3 \\ k_{51}^3 & k_{52}^3 & k_{53}^3 & k_{54}^3 & k_{55}^3 & k_{56}^3 \\ k_{61}^3 & k_{62}^3 & k_{63}^3 & k_{64}^3 & k_{65}^3 & k_{66}^3 \end{bmatrix} \end{matrix} \begin{matrix} 1 & 7 \\ 2 & 8 \\ 3 & 5 \\ 4 & 6 \\ 5 & 9 \\ 6 & 10 \end{matrix} \quad (3)$$

Asamblarea matricelor de rigiditate și matricelor termenilor liberi ale celor trei elemente finite, folosind indicii corespunzători celor două sisteme de numerotare, permite obținerea matricelor de rigiditate și a termenilor liberi ale modelului numeric global. Operația de asamblare, folosind acest algoritm, se realizează cu

subprogramul ASAMB, prezentat în fig. 2, în care se poate observa și instrucțiunea de poziționare și însumare a elementelor matricelor elementelor finite în matricele de rigiditate și a termenilor liberi ale structurii.

Subprogramul ASAMB_B, de asamblare a matricelor de rigiditate, direct în matricea banda, este prezentat în fig. 3

```

Procedure ASAMB(var m,necel:integer;id:mat1;ke:mat3;K:mat);
{type mat1=array[1..ne,1..necel] of integer;mat3=array[1..necel,
1..necel] of real;mat=array[1..nec,1..nec] of real;}
{m = 1,2, ... ,ne reprezintă numărul elementului finit a cărui
matrice se assemblează}
var i,j:integer;
begin
  for i:=1 to necel do
    for j:=1 to necel do
      K[id[m,i],id[m,j]]:=K[id[m,i],id[m,j]]+ke[i,j];
end;

```

Fig. 2

```

Procedure ASAMB_B(var m,necel:integer;id:mat1;ke:mat3;K:mat4);
{type mat1=array[1..ne,1..necel] of integer;mat3=array[1..necel,
1..necel] of real;mat4=array[1..nec,1..lband] of real;}
{m = 1,2, ... ,ne reprezintă numărul elementului finit a cărui
matrice se assemblează;}
var i,j,j1:integer;
begin
  for i:=1 to necel do
    for j:=1 to necel do
      if id[m,j] >= id[m,i]+1 then
        begin
          j1:=id[m,j]-id[m,i]+1;
          K[id[m,i],j1]:=K[id[m,i],j1]+ke[i,j];
        end;
end;

```

Fig. 3