

AEF-T.4.2

PROBLEME NELINIARE GEOMETRIC

CUPRINS

AFT-T.4.2.1 INTRODUCERE

AFT-T.4.2.2 MODELAREA STRUCTURILOR NELINIARE GEOMETRIC

AFT-T.4.2.3 REZOLVAREA MODELULUI

AFT-T.4.2.1 INTRODUCERE

Comportarea geometric neliniară a unei structuri este caracterizată de modificări geometrice ca urmare a deformării corpului cu efect semnificativ asupra rigidității. Acest fenomen se întâlnește frecvent la structurile zvelte (cu deplasări specifice mari) de tip bară, cabluri, membrană, placă subțire etc.

În cazul structurilor cu deplasări și rotații mari, la modelare, se pot considera următoarele două situații: *sarcina își păstrează direcția* în timpul deformării sau *sarcina își schimbă direcția* urmărind structura deformată. Majoritatea programelor de analiză cu elemente finite (inclusiv ANSYS) pot modela ambele situații dependent de tipul sarcinii aplicate. Spre deosebire de cazul sarcinilor concentrate (forțe, viteze, accelerații) care rămân după direcția setată preliminar, sarcinile distribuite (presiuni) care se rotesc odată cu structura (normal la suprafața deformată), situație care este ca în realitate. Astfel, ipoteza deformațiilor specifice mari implică reactualizarea continuă a sarcinilor în timpul procesului de deformare.

AFT-T.4.2.2 MODELAREA STRUCTURILOR NELINIARE GEOMETRIC

Ipotezele simplificatoare ale calculului neliniar (de ordinul II) al structurilor:

- materialul se consideră liniar elastic (respectă legea lui Hooke, fig. 1),
- relația forță deplasare este neliniară (fig. 2),
- forțele se aplică static.

În consecință structurile neliniare au următoarele particularități: condițiile de echilibru static se exprimă pe forma deformată a structurii inițial necunoscută; rigiditatea structurii este determinată de forțele exterioare care sunt cu valoare și direcție variabilă; eforturile și deplasările sunt funcții neliniare.

Comportarea neliniară se poate descrie prin intermediul *rigidității* (tangentă),

$$k_i = \frac{dF}{d\delta}, \quad (1)$$

variabilă pe curba forță-deformație ($k_i = \tan \alpha_i$, fig. 1). Pentru descrierea cu aproximație se poate folosi *rigiditatea secantă* (fig. 1),

$$k_{si} = \tan \alpha_s = F_i / \delta_i. \quad (2)$$

Astfel, relațiile care descriu matematic comportarea pot fi:

$$dF = k_i(\delta) d\delta, \quad (3)$$

pentru cazul rigidității tangențiale sau, respectiv,

$$F = k_{si}(\delta) \delta, \quad (4)$$

pentru cazul rigidității secante.

Relația analitică de mai în urma

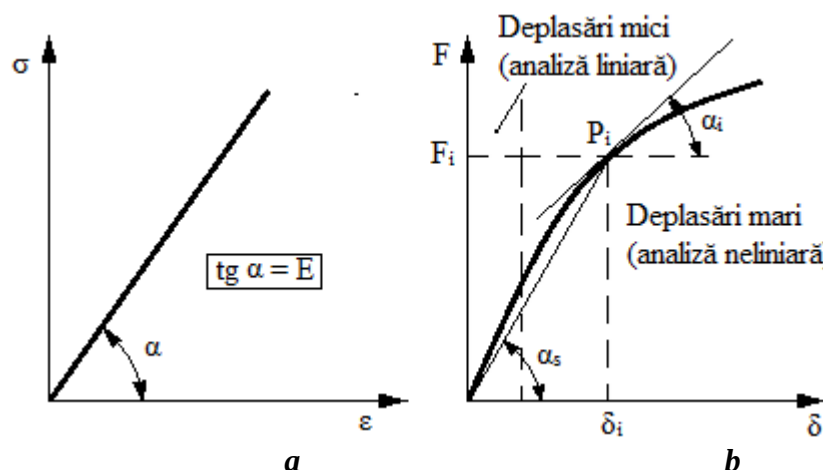


Fig. 1 Caracteristicile de comportare: **a** - liniară, de material; **b** - neliniară de deformare

dezvoltării modelului numeric cu elemente finite are forma,

$$[K(\{\delta\})] \{\delta\} = \{F\},$$

unde $[K(\{\delta\})]$ este matricea de rigiditate a structurii, $\{\delta\}$ - matricea deplasărilor nodale și $\{F\}$ - matricea încărcărilor (fig. 2).

AFT-T.2.1 REZOLVAREA MODELULUI

Soluția modelului de analiză cu elemente finite se obține prin cicluri iterative pentru care se stabilește starea de început la fiecare iterație care este necunoscută apriori. Pentru rezolvarea numerică a modelului matematic bazat pe *rigiditatea tangentă* (rel. (1)) se folosește, frecvent, metoda iterativă Newton Raphson.

Deformarea structurii sub sarcinile exterioare se produce treptat până în situația în care eforturile le echilibrează. Astfel, eforturile calculate pe baza deplasărilor corespunzătoare fiecărui ciclu (iterații) nu echilibrează forțele exterioare în totalitate și apar forțe exterioare reziduale care produc deformarea în continuare. La primul ciclu considerând sarcinile exterioare maxime și deplasarea nulă se determină deplasarea și forța reziduală neechilibrată de eforturi. Algoritmul metodei Newton Raphson corespunzător unui iterații (fig. 2) este sintetizat în tab. În ciclurile următoare se calculează o corecții ale deplasărilor, numite deplasări reziduale, după care se evidențiază o nouă forță reziduală. Procesul continuă până când deformarea se stabilizează (converge), fapt cuantificat prin limitarea valorii forței reziduale (convergența în forță) sau a deplasării reziduale (convergența în deplasare) și deplasarea totală pe ciclu este suma deplasărilor reziduale. Acest algoritm (metoda Newton Raphson), corespunzător unui iterații (fig. 2), este detaliat în tab. 1.

Pentru evidențierea stabilizării procesului la nivelul unei iterații, în cadrul programelor performante de analiză se pot introduce valori limită (toleranțe) pentru sarcinile sau deplasările reziduale (de obicei, 0,5%, sau respectiv, 5%).

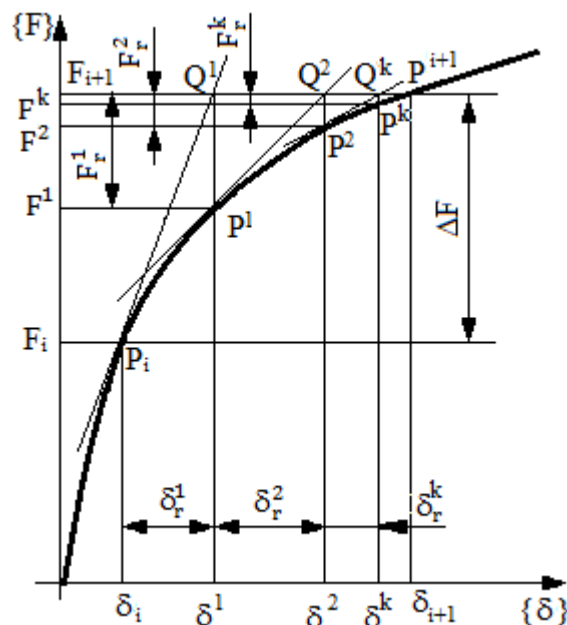


Fig. 2 Schema metodei Newton-Raphson

Tab. 1 Algoritmul metodei Newton-Raphson pentru o iterație

Nr. crt.	Date sau relații	Semnificații
1	$P_i(F_i, \delta_i)$	Punctul de plecare al iterației i
<i>Pași ciclului i</i>		
2	$[K(\delta_i)]$	Calculul matricei de rigiditate în punctul P_i (dreapta P_iQ^1 este tangentă la caracteristica neliniară)
3	$F_{i+1} = F_i + \Delta F$	Forța la începutul pasului următor; ΔF pasul forței nodale (se adoptă preliminar)
4	$[K(\delta_i)] \{\delta_r^1\} = \{\Delta F\}$	Se rezolvă sistemul și se obține <u>deplasarea reziduală</u> $\{\delta_r^1\}$ după pasul 1
5	$[K(\delta_i)] \{\delta_i + \delta_r^1\} = \{F^1\}$	Se calculează forța $\{F^1\}$
<i>Condiții de stabilizare (convergență, terminare a ciclului)</i>		
	$\delta_r^1 < \delta_r$ sau $F_r^1 < F_r$	Se verifică dacă deplasarea reziduală este mai mică decât toleranța deplasării reziduale, δ_r , (<u>convergența în deplasare</u>) sau forța reziduală este mai mică decât toleranța forței reziduale, F_r , (<u>convergența în forță</u>). Dacă se respectată una din inegalități (în funcție de tipul convergenței adoptat) se continuă procesul de la poz. 1, cu punctul $P^1(F^1, \delta^1)$ până când toleranța este mai mare decât reziduul

Ipotezele analizelor statice liniar elastice:

- relațiile dintre tensiuni și deformații sunt liniare;
- deformațiile specifice sunt mici;
- deplasările sunt mici;
- există dependență liniară dintre sarcini și deplasări;
- eforturile nu sunt funcții de deplasări;
- ecuațiile de echilibru ale structurii nedeformate se păstrează și pentru structura deformată.

În cazul în care una din ipotezele de mai sus nu este îndeplinită problema devine neliniară.

În practică analizelor cu elemente finite este dificil de evaluat, la început, dacă structura are comportare neliniară. Pentru a evidenția acest caz se poate face inițial o analiză statică și dacă se constată deplasări mai mari decât (2...5) % din dimensiunile de gabarit ale structurii se consideră că structura are comportare neliniară geometric. În cazul în care tensiunile maxime depășesc limita de curgere a materialului structura are comportare neliniară de material.