

AEF-T.4.1

PROBLEME REZOLVABILE CU AEF

CUPRINS

AEF-T.4.1.1 INTRODUCERE

AEF-T.4.1.2 GRUPE DE PROBLEME REZOLVABILE CU AEF

AEF-T.4.1.3 FORMULAREA GENERALĂ A UNEI PROBLEME DE AEF

AEF-T.4.1.4 TIPURI DE PROBLEME DE AEF

AEF-T.4.1.1 INTRODUCERE

Analiza cu elemente finite este una dintre cele mai populare metode de simulare a fenomenelor și proceselor fizice mecanice, termice, electrice, chimice etc. din inginerie, devenind în ultima perioadă de timp o parte importantă a proceselor de proiectare și optimizare a produselor industriale și nu numai.

Scopul principal al AEF este de simulare a comportării elementelor și/sau subansamblelor sistemelor tehnice luând în considerare geometrii și legi fizice cât mai complexe.

Structura de rezistență este un mediu complex cu unul sau mai multe medii continui (elemente, părți) în interacțiune care are una sau mai multe funcții: preluarea diverselor sarcini (interioare și/sau exterioare), asigurarea unor poziții relative impuse între elemente, efectuarea unor mișcări relative între unele componente, asigurarea unei stabilități statice sau dinamice, asigurarea unei rigidități etc. Ca urmare, pentru determinarea valorilor parametrilor funcționali (deplasări, deformații, tensiuni, etc.) se pot dezvolta AEF de rezistență, de stabilitate, de durabilitate, dinamice etc. care au în vedere structura de rezistență în ansamblu, subansamble sau componente ale acesteia.

De obicei proiectarea structurii de rezistență presupune sinteza dimensională astfel încât aceasta să fie sigură, în condițiile îndeplinirii unor cerințe adesea contradictorii privind formele, costurile, tehnologiile de obținere, dimensiunile de gabarit, fiabilitatea etc. în condițiile unor restricții pe care trebuie îndeplinească (de ex. valorile maxime ale tensiunilor, deplasărilor și/sau deformațiilor, coeficienții de siguranță la flambaj, la rupere sau la oboseală, frecvențele modurilor fundamentale de vibrație, durata de viață, greutatea, volumul, rigiditatea la diverse solicitări, stabilitatea statică și dinamică, comportarea la solicitări dinamice etc.

AEF-T.4.1.2 GRUPE DE PROBLEME REZOLVABILE PRIN AEF

Metoda Elementelor Finite este un procedeu de rezolvare aproximativă, cu ajutorul calculatorului electronic, a unei game largi de probleme ingineresti. Aplicațiile practice ale MEF se pot grupa în trei clase de probleme.

Probleme de echilibru, care presupun determinarea parametrului sau parametrilor necunoscuți, independenți de timp, pentru un regimuri staționare ale procesului fizic respectiv. Exemple de probleme din această clasă sunt: analiza statică liniară sau neliniară a structurilor mecanice deformabile, analiza statică a transferului de căldură, analiza statică a curgerii fluidelor, analiza distribuției intensității câmpului magnetic etc.

Probleme de valori proprii, cu necunoscutele, anumite valori critice ale parametrilor fizici, de asemenea, invariabili în timp, pentru configurații de echilibru și condiții limita (de frontieră) date. Aceste situații se întâlnesc în probleme de analiza modală pentru determinarea frecvențelor proprii și a modurilor de vibrație și flambaj (mecanica solidelor deformabile), analiza regimurilor de curgere laminară (mecanica fluidelor), analiza caracteristicilor de rezonanță (electricitate) etc.

Probleme de propagare, cu parametrii necunoscuți dependenți de timp, care urmăresc studiul regimurilor tranzitorii. În această clasă se includ problemele de analiza dinamică a structurilor elastice sau neelastice (determinarea răspunsului la excitație cu forțe periodice – analiză armonică; determinarea răspunsului la excitație în regim tranzitoriu – analiză în regim tranzitoriu), de analiza tranzitorie a transferului căldurii, de analiza curgerii nestaționare a fluidelor etc.

AEF-T.4.1.3 FORMULAREA GENERALĂ A PROBLEMELOR DE AEF

Formularea unei probleme ingineresti presupune identificarea tipului acesteia, a ipotezelor de lucru adoptate și a condițiilor inițiale și limită care se impun. Ipotezele de lucru fac referiri, în principal, la geometria domeniului problemei de modelat, proprietățile materialelor, domeniul de variație a principalelor mărimi de câmp necunoscute și la regimul de comportare a sistemului dat. Rezultatele obținute în urma rezolvării modelului matematic sunt direct influențate de rigurozitatea formulării problemei și de metoda folosită pentru rezolvarea acesteia.

În figura 1 se prezintă un model teoretic cvasigeneral de analiză cu elemente finite a unui element al unui subansamblu mecanic. Structura continuă a acestui element, de volum V și mărginită de suprafața S , este executată din materiale solide cu comportări diverse (liniare, neliniare) care se descriu prin legi specifice. Pentru materialul sau materialele utilizate sunt cunoscute valorile densităților, caracteristicilor mecanice (matricele de elasticitate, factori de amortizare etc.) și termice (coeficienți de dilatare termică, căldura specifică etc.) și ale rezistențelor admisibile (tracțiune, compresiune, de obicei, și forfecare).

Asupra structurii elementului de analizat acționează următoarele sarcini exterioare: sarcinile (forțele și/sau momentele P_i , $i = 1, 2 \dots m$) concentrate în puncte; sarcinile distribuite pe linie (forțele sau momentele q , pe linia C_p), pe suprafață (forțele și/sau momentele p pe suprafața S_p) și în volum (forțele de greutate proprie f_g , centrifugale t și/sau de inerție f_i).

Structura elementului de analizat funcționează într-un domeniu de temperaturi mărginit de temperaturile inițială T_0 și finală T_f . În plus, structura poate fi sub acțiunea unor câmpuri termice de temperaturi (distribuite pe linie, pe suprafață sau în volum) și/sau fluxuri termice exterioare.

În categoria încărcărilor exterioare se includ și deformările elastice impuse unor zone ale structurii, prin

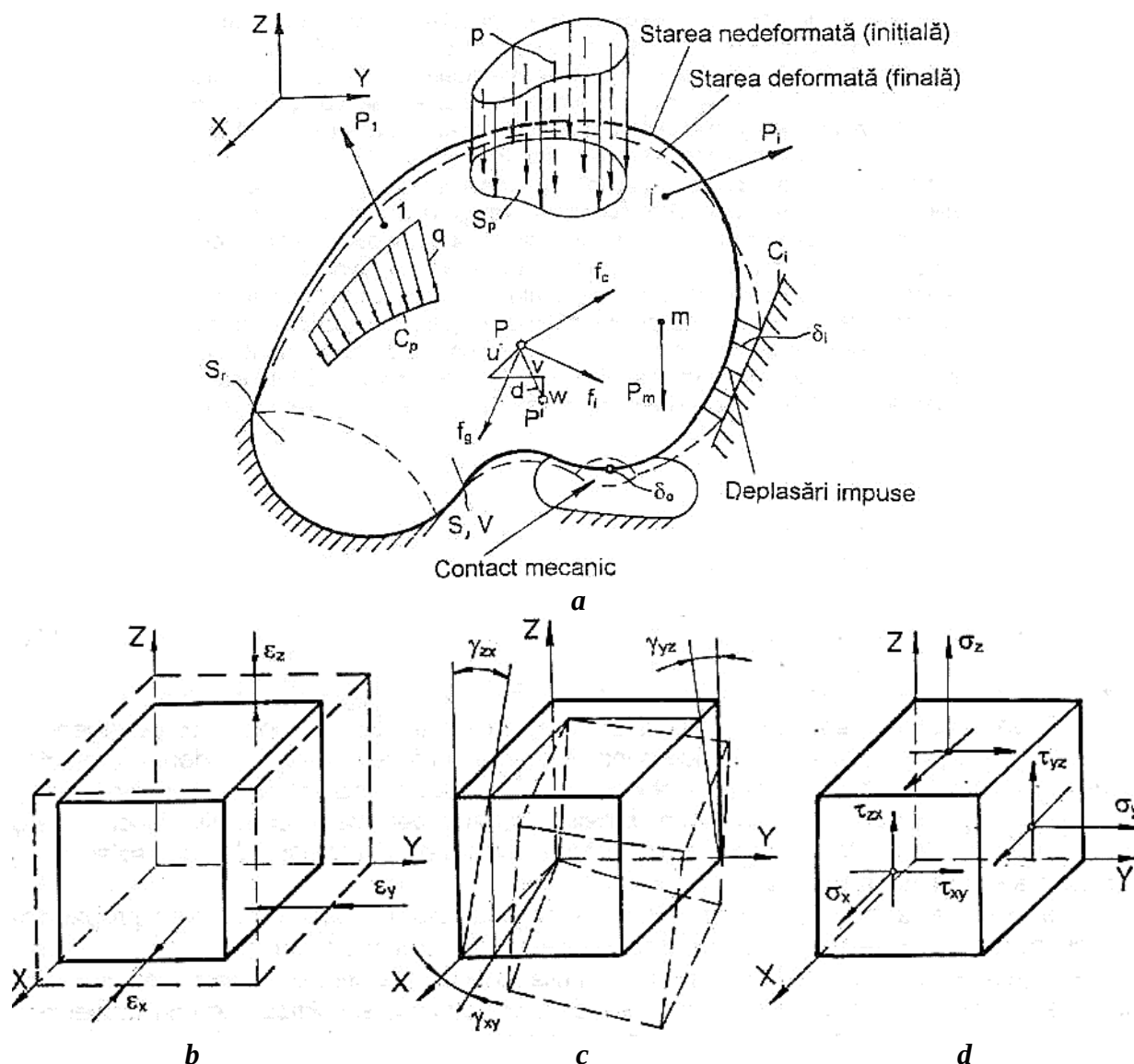


Fig. 1

valori cunoscute ale deplasărilor δ_i . Acestea conduc la o forma impusă stării deformate a zonei structurii, care în fig. 1,a este sintetizată de linia C_i .

Interacțiunile directe dintre structura elementului de analizat cu structurile altor elemente ale subansamblului mecanic, de asemenea, se pot simula prin intermediul analizelor cu elemente finite. Aceste interacțiuni pot fi permanente (deplasările nule, de obicei, impuse de condițiile limită) și/sau nepermanente cu luarea în considerare a frecărilor (cuantificabile prin valorile coeficienților de frecare, μ) dintre materialele din zonele de interacțiune și a distanțelor inițiale, δ_0 .

Posibilitatea rezolvării cu MEF a modelului cvasigeneral prezentat este condiționată și de existența unui set de condiții limită impuse, sintetizate, de obicei, prin deplasări anulate pentru puncte din domeniul geometric al problemei (de exemplu, suprafața S, din fig. 1,a). Rezolvabilitatea modelului de analiză cu elemente finite, cu încărcările și condițiile limită impuse, este asigurată de inexistența posibilităților de mișcare cinematică a structurii acestuia.

Sub acțiunea încărcărilor și condițiilor limită impuse, structura analizată se deformează și, în interiorul acesteia, apar forțe interne distribuite, numite tensiuni. Câmpurile de deplasări, deformații și de tensiuni, din punctele domeniului geometric, se descriu cantitativ prin vectorii deplasărilor

$$[d] = [u \ v \ w]^T, \quad (1)$$

deformațiilor (fig. 1, b, c),

$$[\varepsilon] = [\varepsilon_x \ \varepsilon_y \ \varepsilon_z \ \gamma_{xy} \ \gamma_{yz} \ \gamma_{zx}]^T \quad (2)$$

și, respectiv, tensiunilor (fig. 1, d),

$$[\sigma] = [\sigma_x \ \sigma_y \ \sigma_z \ \sigma_{xy} \ \sigma_{yz} \ \sigma_{zx}]^T, \quad (3)$$

care au componentele raportate la sistemul de coordonate triortogonal drept XYZ.

Studiul cu programe performante care au la bază MEF a modelului cvasigeneral, prezentat mai sus și cu valori date pentru toți parametrii de intrare, în vederea proiectării constructive a elementului căruia este asociat, de obicei, urmărește determinarea câmpurilor deplasărilor, deformațiilor, tensiunilor, termice și, în plus, a parametrilor (forțe, deplasări, temperaturi etc.) din zonele de legătură cu alte elemente. Valorile și variațiile acestor parametri, condițiile funcționale și caracteristicile admisibile ale materialelor, permit evaluarea caracteristicilor de rezistență, rigiditate și termice ale structurii analizate.

În practica analizei și sintezei elementelor subansamblelor mecanice este puțin probabil să se întâlnească o problema căreia să i se asocieze modelul cvasigeneral prezentat mai sus. De obicei, formele geometrice, încărcările și condițiile limită impuse elementelor subansamblelor mecanice practice, se reduc la cazuri particulare, fapt ce conduce la simplificări privind modelarea și rezolvarea, precizii mărite și timpi de calcul micșorați. Pornind de la aceste considerente, în cadrul programelor performante care au la bază MEF, s-au dezvoltat elemente finite și module de program specifice care permit rezolvarea problemelor ținând cont de diferitele cazuri particulare posibile.

Uzual în AEF prin **structură** (de analiză) se înțelege un ansamblu de bare, plăci, învelișuri în condițiile următoarelor ipoteze: secțiunii plane, a lui Bernoulli, pentru bare; normalei rectilinii, a lui Kirchhoff, pentru plăci și învelișuri (acceptarea acestor ipoteze face posibilă înlocuirea forțelor exterioare reale prin rezultantele interne – eforturile **N**, **T**, **M** – cu care sunt static echivalente și aplicarea teoremei deplasării unitare, Maxwell și a forței unitare, Castigliano); forță concentrată, ce produce în punctul de aplicare singularități (valori infinite) și pe de altă parte, structura poate fi un mediu continuu deformabil (volume modelabile conform teoriei elasticității) conform ipotezei semispațiului elastic (problema lui Boussinesq) ce conduce la producerea unor tensiuni și deplasări cu singularități (valori infinite).

AEF-T.4.1.4 TIPURI DE PROBLEME DE AEF

În tabelul 1 se prezintă, pornind de la diverse criterii de particularizare a modelului cvasigeneral, principalele tipuri de probleme rezolvabile cu programe performante care au la baza MEF. Aceste probleme, în practică, se pot întâlni separat sau combinat, respectând mai multe criterii de particularizare simultan.

Tab. 1

Problema cvasigenerală de AEF	Criteriul de particularizare		Tipul AEF	Observații
	Tipul câmpului	Mecanică (structurală)		Câmpurilor mecanice de tensiuni, deformații și deplasări
		Mecanică (fluide)		Câmpuri mecanice de presiuni, viteze
		Termică		Câmpuri și fluxuri de temperatura și căldura de transfer prin conducție/convecție
		Electrică și		Câmpuri și fluxurilor electrice și/sau magnetice
		Combinată (elastohidrodinamică, termomecanică)		Câmpuri mecanice de tensiuni, deformații, deplasări, viteze, presiuni Câmpuri mecanice de tensiuni, deformații, deplasări, temperaturi
	Forma domeniului	Unidimensional		Bare, grinzi
		Bidimensional		Plăci, învelișuri
		Tridimensional		Solide deformabile
		Combinat		Bare cu plăci,
	Tipul domeniului	Discret		Elemente finite ideale
		Continuu	Cu solide	Rigide; deformabile elastic; deformabile plastic Câmpuri de presiuni și viteze
			Cu lichide	
			Cu gaze	
			Combinat	
	Dependența variabilelor de timp	Statică		Nu se ia în considerare timpul.
		Modală (valori proprii)		
		Dinamică		Unii parametrii sunt dependenți de timp
		De oboseală		Se ia în considerare durata de funcționare
	Tipul mărimilor	Scalare		Descrierea parametrilor se face cu funcții dedicate ale pachetelor performante de analiză cu elemente finite
		Vectoriale		
		Tensoriale		
	Dependențele dintre parametrii	Liniară		Deplasări mici în condițiile ipotezelor rezistenței materialelor
		Neliniară		Geometric; de material; cu contacte, mixtă
	Regimul de lucru	Staționară		Fără variații în timp
		Tranzitorie (răspuns dinamic)		Încărcare cu sarcină oarecare dependentă de timp
		Armonică		Încărcare cu sarcină periodică
	Posibilitatea de considerare a legăturilor interelemente	Fără legături		Cu constrângeri geometrice
		Cu asamblări		Sudate, cu șuruburi
		Cu cuple cinematice		Rotație, translație, elicoidală
		Cu contacte mecanice		Fără frecare; cu frecare

Multe aplicații practice cu materializare în subansamble mecanice, includ și procese de transfer de căldură și, deci, pentru proiectare este necesar să se cunoască câmpurile specifice prin analize termomecanice. O parte din rezultatele acestor analize, pe lângă alte tipuri de încărcări pot fi considerate pentru analiza mecanică a elementelor și/sau, uneori, a subansamblelor sistemelor.

Elementele componente ale sistemelor mecanice au forme tridimensionale (3D) variate. În multe cazuri practice, formele elementelor sunt, sau se pot considera, bidimensionale (2D) - cu una din dimensiuni mult mai mică decât celelalte două - sau unidimensionale (1D) – când una din dimensiuni este mult mai mare decât celelalte două. Pentru analiza cu elemente finite a subansamblelor sistemelor mecanice cu programe performante care au la bază MEF, fără considerarea detaliată a interacțiunilor directe dintre părți, de multe ori, elementele componente pot fi de forme diferite (unidimensionale, bidimensionale și/sau tridimensionale). Pornind de la formele posibile ale domeniului elementului de studiat analizele cu elemente finite pot fi tridimensionale, bidimensionale, unidimensionale sau combinat.

Din punct de vedere al dependenței de timp a încărcărilor, rezolvarea modelului cu elemente finite asociat elementului sistemului mecanic este numită analiză statică - fără considerarea timpului ca variabilă - sau analiză dinamică - cu variabilele necunoscute dependente de timp.

Studiul structurilor elementelor sistemelor mecanice cu programe performante care au la bază MEF ce conduce la determinarea câmpurilor deplasărilor, deformațiilor, tensiunilor, consecință a încărcărilor și condițiilor de frontieră și limită normale impuse, se consideră ca fiind de analiză normală. În plus, de asemenea, cu aceleași tipuri de programe, în cazul unor probleme cu încărcări și condiții de frontieră și limită care conduc la schimbarea comportărilor, se pot analiza și stări limită posibil să apară în timpul funcționării. În acest sens, se întâlnesc frecvent în practica de proiectare, analizele de stabilitate și de vectori și forme proprii care conduc la determinarea încărcărilor critice de flambaj și, respectiv, a frecvențelor proprii și a configurațiilor geometrice corespunzătoare.

Din punct de vedere al dependențelor încărcare-deplasare și tensiune-deformație se pot evidenția următoarele patru tipuri de analize: liniară, neliniară geometric, neliniară fizic (de material) sau neliniară geometrico-fizic. Primul tip de analiză este adecvat cazurilor structurilor cu deplasări mici când încărcările rămân invariabile ca direcție în timpul deformării și deplasările se pot însuma, respectând un factor de proporționalitate. Cel de-al doilea tip de analiză corespunde structurilor mecanice cu deplasări mari, neproporționale cu încărcările, cu direcțiile variabile în timpul deformării. Al treilea tip de analiză, spre deosebire de primele două, consideră comportarea neliniară, elastică sau plastică, a materialului prin intermediul unor caracteristici tensiune-deformație adecvate. Ultima variantă de analiză menționată este cazul general posibil când cele două dependențe încărcare-deplasare și tensiune-deformație sunt neliniare.

Majoritatea analizelor cu elemente finite a structurilor din mai multe elemente (subansamble), de obicei, nu iau în considerare interacțiunile dintre acestea, prin modelarea fenomenelor specifice de legătură, considerându-se "înghețate" prin continuitatea ansamblului structurii de elemente finite la nivel nodal (analize fără legături). Pornindu-se de la importanța pentru proiectare a proceselor (deplasări, deformații, tensiuni și frecări) din zonele locale de legătură, în ultima perioadă de timp, s-au definit și implementat în multe programe performante (CATIA, ANSYS) elemente specifice de legătură (cuple de translație, rotație, rototranslație; elemente rigide sau elastice) care iau în considerare mișcările relative și elasticitățile de contact) care permit analize cu legături de tip contact.

Analiza structurilor complexe se poate face pe elemente componente, subansamble sau ansamblu. În aceste cazuri se impune introducerea efectelor elementelor adiacente exterioare precum și a celor de interacțiune interioare din legături.

Analiza liniară presupune: relații dintre tensiuni și deformații specifice liniare; deplasări și deformații mici; dependență liniară între deplasări și sarcini; eforturile nu depind de deplasări; ecuațiile de echilibru scrise pentru structura nedeformată rămân valabile și pentru structura deformată; este valabil principiul supunerii de efecte.

Analiza neliniară presupune neîndeplinirea a cel puțin uneia din condițiile de liniaritate sub una din următoarele situații: structura este executată din materiale neliniare (elastic, plastic, elasto-plastic, vâsco-elastice, vâsco-plastice); deplasările mari (structuri din bare și plăci zvelte); structuri cu contacte neconforme (punct sau linie) care la încărcare nulă aria de contact este redusă iar pe măsură ce sarcina crește contactul are loc pe suprafață a cărei arie crește și distribuția presiunii de contact se modifică și este neliniară în raport cu sarcina; structuri complexe, cu deplasări dependente neliniar de sarcini din cauza frecărilor sau a unor legături (garnituri) cu comportare neliniară care au comportare neliniară.

Ipoteze rezistenței materialelor

1. Ipoteza mediului continuu, consideră că materialul unui element ocupă întregul spațiu delimitat de volumul acestuia.
2. Ipoteza mediului omogen, consideră că materialul unui element are în aceleași proprietăți fizice în toate punctele.
3. Ipoteza izotropiei, admite că materialul are în toate direcțiile aceleași caracteristici elastice (E , G , ν); în caz contrar poate fi anizotrop (caz particular, ortotrop (lemnul))
4. Ipoteza liniarității elastice, presupune valabilitatea legii lui Hooke în domeniul elastic (deformațiile sunt proporționale cu sarcinile).
5. Ipoteza deplasărilor mici, presupune că deformațiile unui element sunt foarte mici în raport cu dimensiunile acestuia (ecuațiile de echilibru static se poate raportând forțele la starea inițială nedeformată; neglijează termenii de ordinul doi, teoria de ordinul întâi; între deformațiile specifice și deplasări este o relație liniară).
6. Ipoteza secțiunilor plane pentru bare (Bernoulli), consideră că secțiunile plane și normale pe axa barei

rămân plane și normale și după deformare.