

AEF-T.3.9

REZOLVAREA MODELELOR CU ELEMENTE FINITE

CUPRINS

AEF-T.3.9.1 INTRODUCERE

AEF-T.3.9.2 METODE DE REZOLVARE A MODELELOR LINIARE

AEF-T.3.9.2 METODE DE REZOLVARE A MODELELOR NELINIARE

AEF-T.3.9.1 INTRODUCERE

Procesarea (rezolvarea) modelului de analiză cu elemente finite constă în generarea modelului numeric general cu date preluate de la etapa de preprocesare, rezolvarea modelului numeric generat și generarea de date pentru postprocesare (fig. 1).

AEF-T.3.9.2 METODE DE REZOLVARE A MODELELOR LINIARE

Modelul numeric general asociat unui model de analiză cu elemente finite, pentru o problema liniară, este sistemul de ecuații algebrice liniare,

$$[K] \{\delta\} = \{F\}, \quad (1)$$

în care: $[K]$ este matricea de rigiditate a structurii, $\{\delta\}$ - matricea deplasărilor nodale și $\{F\}$ - matricea încărcărilor.

Matricea de rigiditate este o matrice slab populată (rarefiată) cu elementele grupate spre diagonala principală sub formă de bandă. În plus, matricea de rigiditate este simetrică și are elementele diagonalei principale nenule. Având în vedere aceste proprietăți dar și faptul că ordinul matricei de rigiditate (egal cu numărul de grade de libertate ale nodurilor structurii) este foarte mare – zeci de mii sau chiar sute de mii – pentru rezolvare s-au dezvoltat algoritmi de rezolvare specifici dintre care cele mai des utilizați sunt implementați ca metoda Gauss și metoda frontală.

Modulele de procesare ale pachetelor performante de analiză cu elemente finite pornind de la matricele de rigiditate și ale încărcărilor asociate elementelor finite ale structurii (fig. 1), generează prin asamblare sistemul de ecuații al structurii pe care-l rezolvă cu submodulul SOLVER și generează rezultate în formă primară pentru postprocesare.

Metoda Gauss ca metodă directă exactă și bazată pe principiul triunghiularizării implică un număr mare de operații matematice, acumulări mari ale erorilor de rotunjire, timp mare de calculator și volume de memorie mărite. Procesarea în cazul acestei metode presupune asamblarea completă a matricelor de rigiditate și ale încărcărilor elementale (fig. 1) în matricele $[K]$ și $\{F\}$ urmată de rezolvarea sistemului pentru obținerea matricei deplasărilor $\{\delta\}$ dar și ale deformațiilor, tensiunilor, reacțiunilor etc.

Metoda frontală, ca tehnică specifică MEF, ce presupune, spre deosebire de metoda Gauss, asamblarea

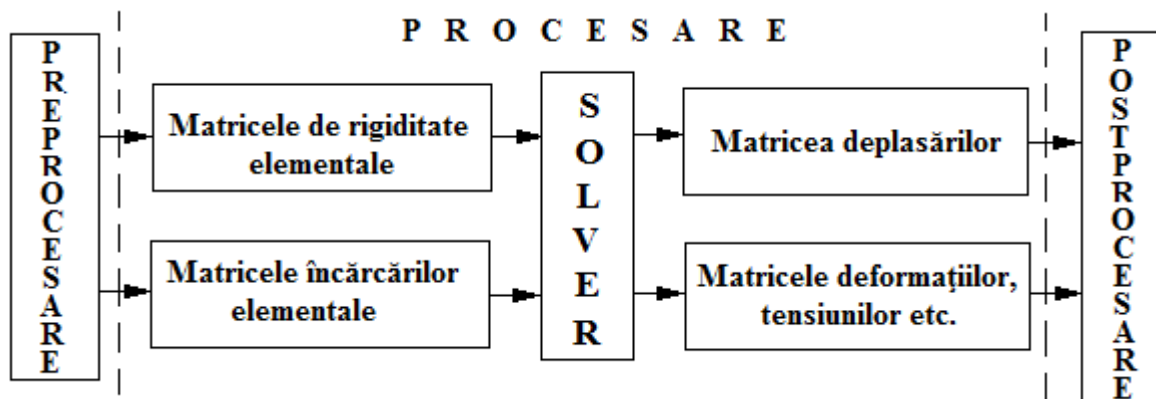


Fig. 1

matricelor de rigiditate și rezolvarea sistemului de ecuații simultan, progresiv, pe măsură ce procesul de asamblare evoluează. Această metodă conduce la eficiență de calcul și în folosirea memoriei mărite.

AFT-1.1 METODE DE REZOLVARE A MODELELOR NELINIARE

În cazul problemelor neliniare deoarece matricele de rigiditate și/sau încărcării sunt variabile în timpul evoluției procesului fizic modelat (de ex. deformarea mecanică a structurii), procesarea presupune aproximarea problemei neliniare ca o succesiune de probleme liniare și în plus, pentru implementarea pe calculator, algoritmi și module program dedicați. *Neliniaritatea unei probleme*, în multe situații practice, se evidențiază în matricea de rigiditate $[K](\{\sigma\})$, neliniaritate de material) și/sau de matricea deplasărilor nodale $[K](\{\delta\})$, neliniaritate geometrică)

Rezolvarea modelului numeric cu elemente finite, asociat unei probleme neliniare, frecvent, se face metoda incrementală sau cu metoda iterativă.

Metoda incrementală presupune divizarea încărcării (sarcinii) în pași (incremente), de obicei, cu valori egale și încărcarea structurii cu sarcina crescătoare (pas cu pas, fig. 1,a). Pentru fiecare pas (increment, ΔF), considerând că structura are comportarea liniară descrisă de o matrice de rigiditate $[K]$ locală (constantă), se rezolvă modelul liniar și se obține un increment de deplasare $\{\Delta\delta_i\}$ care se însumează cu cei anteriori și se obține deplasarea totală corespunzătoare pasului curent. Procesul se repetă până când se ajunge la sarcina maximă.

Metoda iterativă presupune încărcarea structurii la fiecare iterație cu sarcina întreagă. La fiecare ciclu

curent considerând sarcina exterioară maximă (fig. 1,b) se determină deplasarea și forța reziduală (F_r), neechilibrată de eforturi. În ciclurile următoare se calculează succesiv corecții ale deplasărilor, numite deplasări reziduale (δ_r), după care se evidențiază noi forțe reziduale din ce în ce mai mici. Procesul continuă până când deformarea se stabilizează (converge), fapt cuantificat prin limitarea valorii forței reziduale (convergența în forță) sau a deplasării reziduale (convergența în deplasare) și deplasarea totală pe ciclu este suma deplasărilor reziduale. Această metodă este implementată, în funcție de modul de aproximare a rigidității (rigiditate tangentă, secantă) în zona pasului curent în mai multe subprograme de calcul. În tab. 1 se prezintă o comparație a celor două metode din punct de vedere al avantajelor și dezavantajelor.

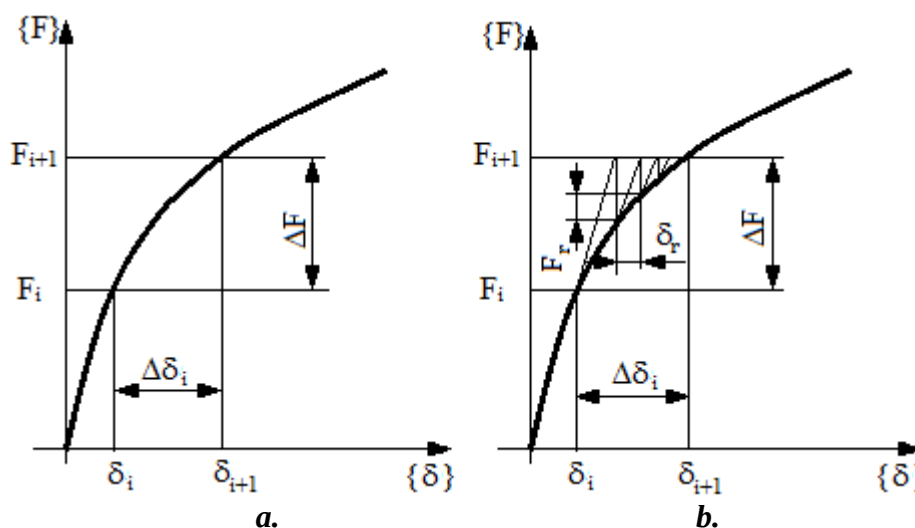


Fig. 1

Tab. 1

Metoda	Avantaje	Dezavantaje
Incrementală	- aplicabilitate la multe tipuri de probleme (generalitate), - urmărirea caracteristicii sarcină-deformație deoarece se obțin rezultate intermediare pentru fiecare pas	- volume de calcul mărite, - nu se pot obține erori impuse deoarece nu se poate stabili înainte valoarea necesară a incrementului de încărcare
Iterativă	- metoda este mai simplă, ușor de implementat în programe; - converge într-un număr de iterații redus	- nu asigură întotdeauna convergența; - ne se aplică problemelor neconservative; histeretice, dinamice;