

AEF-T.2.1

MODELAREA COMPORTĂRILOR ȘI CARACTERISTICILE MATERIALELOR ELASTICE

CUPRINS

AFF-T.2.1.1 INTRODUCERE

AFF-T.2.1.2 CARACTERISTICILE ȘI PROPRIETĂȚILE MECANICE

AFF-T.2.1.3 COMPORTAREA LA LIMITĂ (CEDARE, RUPERE)

AFF-T.2.1.4 PARAMETRII FUNCȚIONALI (DE REZISTENȚĂ)

AFF-T.2.1.5 CRITERII DE ECHIVALARE LA CEDARE

AFF-T.2.1.6 REGIMURI DE LUCRU ȘI TIPURI DE COMPORTĂRI

AFF-T.2.1.7 MODELAREA COMPORTĂRII MECANICE A MATERIALELOR ELASTICE

AFF-T.2.1.1 INTRODUCERE

Din punct de vedere al structurii interne și implicit al proprietăților fizice, materialele pot fi **omogene**, cu aceeași structură și proprietăți fizice în toate punctele, sau **neomogene**, când nu este îndeplinită această condiție. Pentru materialele omogene parametri fizici sunt constanți în raport cu variabilele geometrice spațiale.

În funcție de modul de variație a proprietăților fizice în vecinătatea fiecărui punct se disting materiale **izotrope**, cu proprietățile independente de direcția la care se raportează, sau **anizotrope**, cu proprietăți dependente de direcția după care se consideră [11, 30].

Proprietățile de izotropie și omogenitate nu se condiționează reciproc. Un corp solid poate fi omogen și izotrop, omogen și anizotrop, izotrop și neomogen sau chiar neomogen și anizotrop.

Materialele care în urma deformării (modificării formei domeniului) revin la forma și dimensiunile **inițiale** odată cu încetarea acțiunii forțelor sunt numite **elastice** și materialele care în urma deformării nu revin la forma și deformațiile inițiale se numesc **plastice** (inelastice).

În continuare, se prezintă comportările principalelor tipuri de materiale solide, întâlnite în practica inginerescă

AFF-T.1.2 CARACTERISTICILE ȘI PROPRIETĂȚILE MECANICE

În tab. 1 se prezintă caracteristicile fizice principale ale materialelor solide folosite pentru execuția produselor mecanice.

Tab. 1 Caracteristicile fizice principale

Caracteristica	Simbolul	Definiția	Unitatea de măsură
Densitatea	ρ	Masa unității de volum a unui corp omogen	kg/m^3
Căldura specifică	C_p	Cantitatea de căldură necesară creșterii temperaturii masei de 1 kg cu 1°C.	J/kg.K , $\text{cal/g. } ^\circ\text{C}$
Conductibilitatea termică	λ	Capacitatea materialelor metalice de a conduce și transmite căldura cu ajutorul electronilor liberi	W/m.K , $\text{cal/cm. } ^\circ\text{C}$
Dilatarea termică	α	Capacitatea materialelor metalice de a-și modifica dimensiunile la variația (creșterea) temperaturii.	$^\circ\text{C}^{-1}$

Proprietățile mecanice ale materialelor metalice elasticitatea, plasticitatea, tenacitatea, fragilitatea, fluajul, rezistența la uzură, duritatea, rezistența la rupere, rezistența la oboseală, reziliența etc. determină comportarea materialelor metalice la acțiunea solicitărilor mecanice statice și dinamice (variabile în timp) de întindere, compresiune, încovoiere, forfecare, răsucire, penetrare etc. Aceste proprietăți sunt determinate prin

încercări mecanice care, spre deosebire de cazul caracteristicilor fizice și chimice, conduc la caracteristici mecanice dependente și de metodele de încercare.

Determinarea caracteristicilor mecanice - *modulul de elasticitate longitudinal, limita de elasticitate convențională, coeficientul de contracție transversală* etc. - practic, se realizează bazat pe curba caracteristică trasată la încercarea la tracțiune (tab. 2, fig. 1).

Tab. 2 Curba caracteristică σ - ϵ pentru solicitarea de tracțiune statică

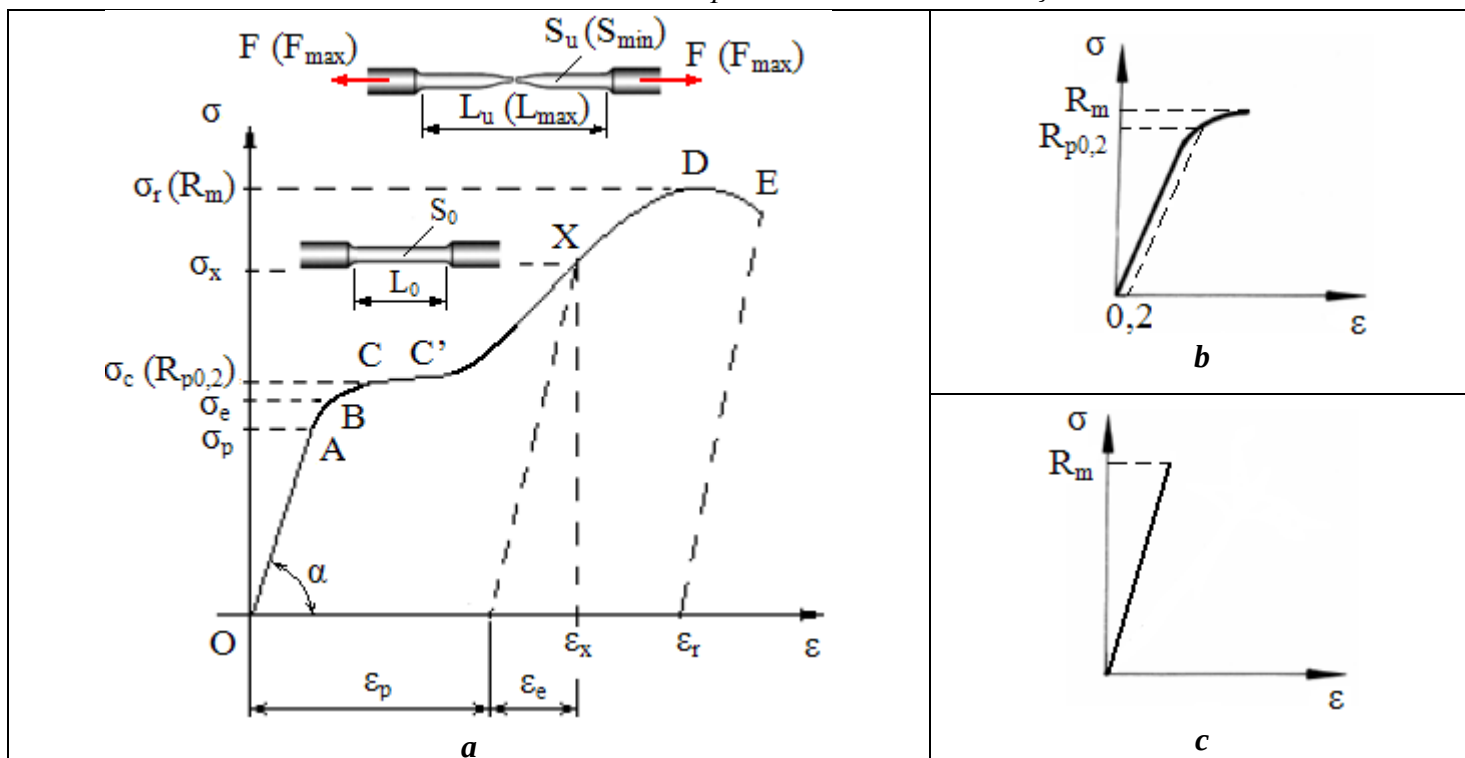


Fig. 1 Curbe caracteristice σ - ϵ : **a** – caracteristica pentru materiale (oțeluri) cu duritate medie (tenace, ductile) cu palier de curgere; **b** – caracteristica materialelor fără palier de curgere (tenacitate redusă); **c** – caracteristica materialelor fragile

Semnificațiile punctelor curbei caracteristice:

A - limita de proporționalitate, σ_p ;

B - limita de elasticitate, σ_e sau $R_{0.01}$ – limita de elasticitate tehnică, tensiunea la care apare o deformare remanentă de 0,01% pentru materiale care nu sunt perfect elastice);

C - limita (rezistența) de curgere, σ_c sau $R_{p0.2}$ – limita de curgere tehnică (tensiunea la care apare o deformare/alungire remanentă de 0,2%) pentru materiale care nu au palier de curgere distinct (fig. PRC-T.2.1.3.1,b);

D - limita (rezistența) de rupere, σ_r sau R_m , tensiune maximă la care poate apărea ruperea;

E – punctul final de rupere

X – punct curent în zona de curgere cu ordonata, tensiunea σ_x și ordonata, deformarea $\epsilon_x = \epsilon_e + \epsilon_p$ (ϵ_e – deformarea elastică, ϵ_p – deformarea plastică (permanentă)).

Zonele curbei caracteristice:

OA - zona de elasticitate liniară, deformările sunt proporționale cu tensiunile, $\sigma = E \epsilon$ (legea lui Hooke);

AB - zona de elasticitate neliniară, deformările nu sunt proporționale cu tensiunile;

BC - zona elasto-plastică, apar mici deformări plastice permanente;

CD - zona de curgere, deformări plastice permanente (CC' - palier de curgere);

DE - zona de rupere.

Parametri mecanici principali:

$\sigma = F / S_0$ [Mpa] – tensiunea normală în secțiunea epruvetei; F [N] – forța de încărcare; S_0 [mm²] – aria secțiunii inițiale a epruvetei.

$\epsilon = (L_u - L_0) / L_0$ [%] – deformația (alungirea) specifică a epruvetei; L_0 [mm] – lungimea inițială a epruvetei; L_u [mm] lungimea epruvetei după solicitarea cu forța F

$E = \sigma / \epsilon$ [MPa] – modulul de elasticitate longitudinală exprimă capacitatea materialului de a se opune deformărilor elastice proprietate numită rigiditate, cuantificabilă prin raportul forță/deplasare: $F / (L_u - L_0) = (\sigma S_0) / (\epsilon L_0) = (S_0 / L_0) E$ (rigiditatea este direct proporțională cu modulul de elasticitate); $\tan \alpha = E$.

AFF-T.2.1.3 COMPORTA REA LA LIMITĂ (CEDARE, RUPERE)

Ruperea fragilă (prin smulgere sau prin clivaj) apare consecință a unor *concentrări de tensiuni normale* (frecvent, de tracțiune, fig. 2,a) mărite, *comparabile cu rezistența la rupere*, în zona unei fisuri (pori, incluziuni). Propagarea fisurii la nivel intercristalin ce se face cu mare viteză (instantaneu) este urmată de dislocare. Procesul are loc *fără deformarea plastică locală* și secțiunile după dislocare sunt plate cu aspect grăunțos lucios (fig. 2,a). Frecvent în practică, în cazul **solicităților variabile** cu un număr mare de cicluri de solicitare fisura inițială se mărește (scade secțiunea utilă) și dislocarea are loc la tensiuni mai mici decât rezistența la rupere astfel, rezultă **ruperea la oboseală** (v. oboseală)

Ruperea ductilă (tenace, ductilă, prin forfecare, prin alunecare) apare consecință a unor *concentrări de tensiuni tangențiale* (de forfecare) mărite, *comparabile cu rezistența la curgere*, în zona unei fisuri (pori, incluziuni). Propagarea fisurii la nivel transcristalin (în direcție înclinată, aprox. 45°) se oprește dacă sarcina încetează. Procesul are loc cu un consum energetic ridicat ce implică *deformare plastică locală* considerabilă cu o viteza de propagare relativ lentă. În zona de rupere apare o gâtuire (con-con, fig. 2,b (stânga), sau con-cupă, fig. 2,b dreapta) și suprafața are aspect mat fibros și grăunțos în centru (fig. 2,b).

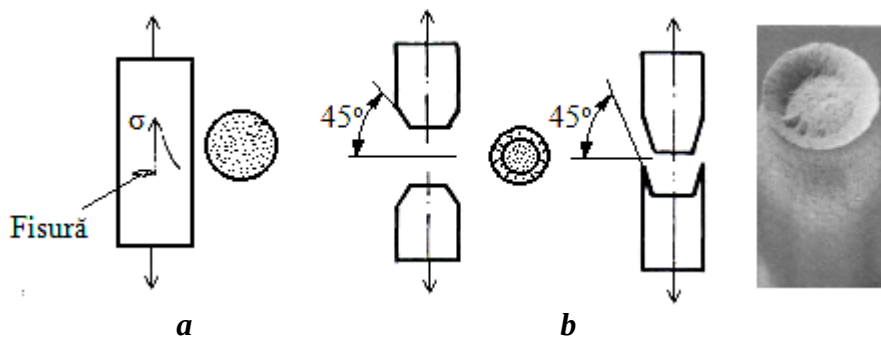


Fig. 2 Forme de rupere: **a** – fragilă; **b** - plastică (tenace, ductilă)

AFF-T.2.1.3 PARAMETRII FUNCȚIONALI (DE REZISTENȚĂ)

Deplasări. Deplasarea definește *modificarea poziției* unui punct în raport cu un sistem de referință fix. Ea are o componentă elastică și una de corp rigid. Câmpul deplasărilor, se definește prin vectorul, $\{u\} = \{u \ v \ w\}^T$, unde $u = u(x,y,z)$, $v = v(x,y,z)$, $w = w(x,y,z)$ reprezintă funcțiile deplasărilor liniare pe cele trei direcții ale sistemului de referință considerat (de obicei, sistemul de referință global). Pentru plăci, învelișuri și bare se introduc și rotirile, care împreună cu deplasările, formează deplasările generalizate ($u, v, w, \varphi_x, \varphi_y, \varphi_z$).

Tensiuni. Gradul de solicitare al unui corp într-un punct se definește prin *tensorul tensiunilor* care are nouă componente, dintre care șase sunt independente. Starea de tensiune într-un punct P (fig. 3,a) se definește în sistemul de referință global XYZ (fig. 3,b), prin tensorul (vectorul) tensiunilor independente (deoarece $\tau_{xy} = \tau_{yx}$, $\tau_{yz} = \tau_{zy}$, $\tau_{zx} = \tau_{xz}$), $\{\sigma\} = \{\sigma_x \ \sigma_y \ \sigma_z \ \tau_{xy} \ \tau_{yz} \ \tau_{zx}\}^T$ sau vectorul echivalent al tensiunilor normale principale (tensiunile tangențiale nule), $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$, în sistemul de referință rotit X'Y'Z' (denumit al direcțiilor principale, fig. 3,c).

Deformații specifice. Similar tensiunilor se definește tensorul (vectorul) deformațiilor specifice $\{\epsilon\} = \{\epsilon_x \ \epsilon_y \ \epsilon_z \ \epsilon_{xy} \ \epsilon_{yz} \ \epsilon_{zx}\}^T$, unde $\epsilon_{x,y,z}$ sunt deformații specifice liniare, iar γ deformații specifice unghiulare.

Se menționează că tensiunile și deformațiile specifice sunt mărimi tensoriale și având în vedere simetria acestor mărimi, pentru simplitate, se utilizează vectorii asociați.

Într-un punct al mediului solid deformabil tensiunile normale și tangențiale (σ, τ) sunt diferite în direcții diferite. Pentru practică este important, pe de-o parte, să se determine tensiunile normale (σ) și tangențiale (τ) maxime și, pe de altă parte, relația dintre acestea.

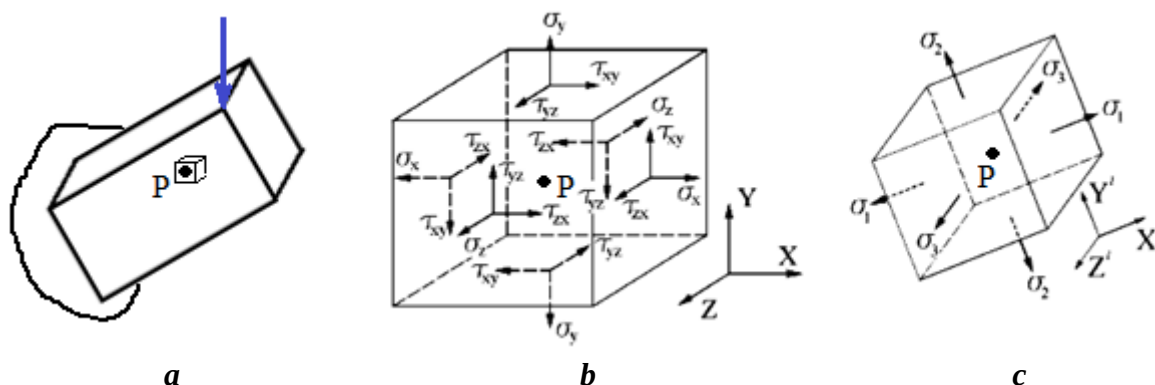


Fig. 3 Tensiuni : **a** – structura de rezistență; **b** – tensiunile curente; **c** – tensiunile principale

Reprezentarea perechilor (σ_x, τ_{xy}) și (σ_y, τ_{xy}) dintr-un punct al unei structuri plane (2D) formează cercul lui Mohr care evidențiază starea de tensiuni $(\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy})$ (fig. 4). Pe cercul lui Mohr se evidențiază tensiunea normală (principală) maximă σ_1 (de obicei, este pozitivă de tracțiune) și tensiunea normală (principală) minimă σ_3 (de obicei, este negativă de compresiune) și tensiunea tangențială maximă (tensiunea normală este nulă) în punctele extreme de pe axa σ (dreapta respectiv stânga) și respectiv în punctele extreme în direcția τ (sus și jos). În cazul structurilor 3D există pe lângă tensiunile principale maximă și minimă σ_1 , respectiv σ_3 există și o tensiune principală medie σ_2 .

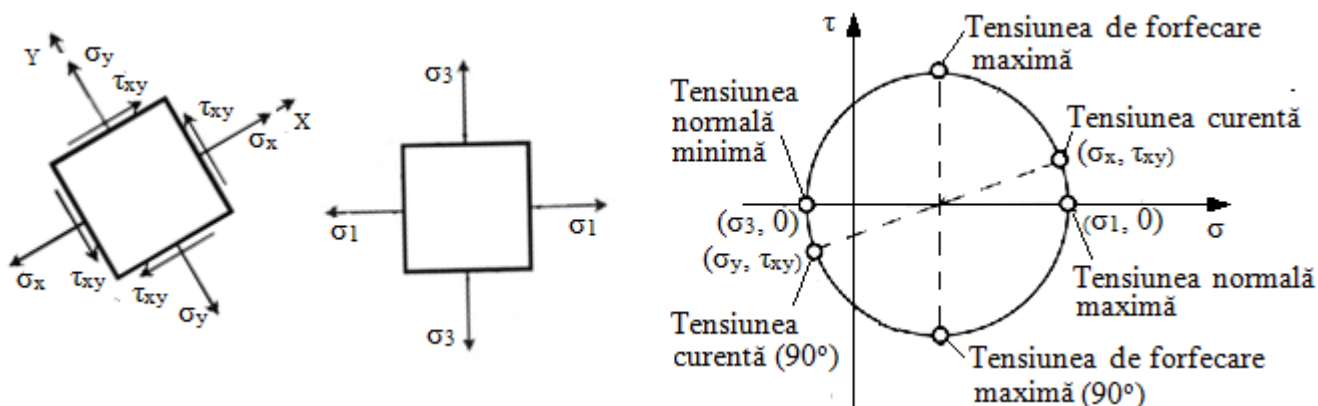


Fig. 4 Cercul lui Mohr pentru starea de tensiuni biaxială (2D)

AFF-T.1.3 CRITERII DE ECHIVALARE LA CEDARE

Deoarece, starea de *tensiuni spațială (triaxială)* din punctele unei structuri mecanice este descrisă de perechea tensiune normală-tensiune tangențială (σ, τ) și caracterizarea materialului se face prin rezistențele la curgere sau rupere (*tensiuni normale uniaxiale*) se impune echivalarea celor două situații. Există numeroase teorii de echivalare a stării de tensiuni (σ, τ) spațiale (corespunzătoare stării structurii) cu una uniaxială (σ) (corespunzătoare stării epruvetei, subcap) care de-a lungul timpului au fost verificate prin numeroase teste. Dintre acestea, criteriile von Mises și Tresca, datorită simplității și preciziei acceptabile sunt folosite frecvent în practică,

Criteriul de echivalare la cedare a materialelor fragile. Deoarece, cedarea la aceste materiale se produce din cauza tensiunii normale, criteriul de echivalare se descrie cu relația,

$$\sigma_1 \leq \sigma_r \quad (1)$$

Criterii de echivalare la cedare a materialelor ductile (tenace)

Criteriul tensiunilor tangențiale maxime (Tresca). Pentru evitarea ruperii ductile se consideră că deformarea (curgerea) plastică la rupere apare când tensiunea tangențială este maximă (subcap), indiferent de planul în care acționează, și aceasta are o valoare limită conform relației,

$$\tau_{\max} \leq \tau_c, \quad (2)$$

unde τ_c este rezistența la forfecare. Tensiunea tangențială maximă, pentru cazul structurilor 2D este raza cercului lui Mohr (fig. 4),

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}. \quad (3)$$

În cazul structurilor solicitate uniaxial (bare; $\sigma_1 > 0, \sigma_3 = 0$), tensiunea tangențială maximă $\tau_{\max}$, egală, de asemenea, cu raza cercului lui Mohr (fig. 5), se determină cu relația,

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1}{2} \quad (4)$$

în care, considerând la limită $\sigma_1 = \sigma_c$ și $\tau_{\max} = \tau_c$, devine,

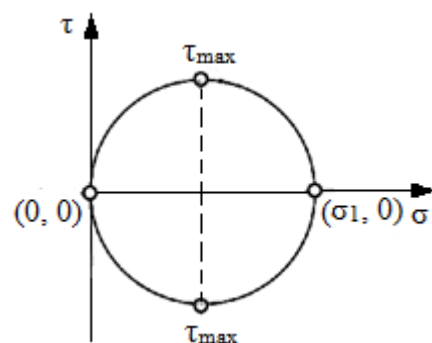


Fig. 5 Cercul lui Mohr pentru starea de tensiuni uniaxială (1D)

$$\tau_c = \frac{\sigma_c}{2} \quad (5)$$

În urma înlocuirii relațiilor (3) și (4) în (2) se obține, forma finală a relației criteriului de echivalare,

$$\sigma_1 - \sigma_3 \geq \sigma_c. \quad (6)$$

În anumite pachete FEA diferența $\sigma_1 - \sigma_2$ se numește intensitatea tensiunii.

Pentru starea de tensiune triaxială ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$), tensiunea tangențială maximă,

$$\tau_{\max} = \max\left(\frac{|\sigma_1 - \sigma_2|}{2}, \frac{|\sigma_1 - \sigma_3|}{2}, \frac{|\sigma_2 - \sigma_3|}{2}\right) \quad (7)$$

și, ținând cont de relația (5), criteriul Tresca conform relației (2) devine,

$$\max(|\sigma_1 - \sigma_2|, |\sigma_1 - \sigma_3|, |\sigma_2 - \sigma_3|) \leq \sigma_c \quad (8)$$

Criteriul energiei maxime de modificare a formei (Von Mises). Pornind de la faptul că în multe situații practice criteriul Tresca, deși se descrie simplu, nu este suficient de precis pentru prezicerea curgerii structurii din material ductil, având uneori abateri semnificative față de modelul real.

Ca urmare a acțiunii unor sarcini asupra unei structuri aceasta se deformează și lucrul mecanic al sarcinilor exterioare se înmagazinează în structură ca energie potențială de deformare. Această energie are două componente: una asociată modificării volumului structurii și alta pentru modificarea formei structurii. În cazul în care se produce numai modificarea volumului deformația este elastică (nu se produce deformare plastică, în special, în metale).

Criteriului von Mises limitează aparitia deformației (curgerii) plastice a materialului ca urmare a unei valori critice a energiei potențiale de modificare a formei prin relația,

$$U_f \leq U_c, \quad (9)$$

în care,

$$U_f = \frac{1}{12G} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_2)^2}, \quad (10)$$

energia potențială de modificare a formei,

$$U_c = \frac{\sigma_c^2}{6G}, \quad (11)$$

energia critică (limită) de deformare, evaluată pentru cazul uniaxial $\sigma_1 = \sigma_c$, și G - modulul de elasticitate transversal. După înlocuire această relație devine,

$$\sqrt{\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_2)^2} \leq \sigma_c, \quad (12)$$

în care,

$$\sigma_e = \sqrt{\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_2)^2}, \quad (13)$$

este tensiunea echivalentă von Mises

Criteriile de echivalare Tresca și Von Mises sunt reprezentate grafic în spațiul tensiunilor principale $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ în fig. 6. În acest spațiu ecuația (6) reprezintă suprafața cilindrică (a stărilor limită de curgere), a cărei axă este bisectoarea unghiului diedru format de cele trei axe, adică linia corespunzând încărcărilor prin presiune $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$. (fig. 6). Stările de tensiuni corespunzătoare punctelor din interiorul suprafeței cilindrice nu produc curgerea, iar în punctele din exterior apar curgeri. Raza cilindrului depinde de tensiunea de curgere, $\sqrt{2} \sigma_c$ (fig. 6, vederea din A).

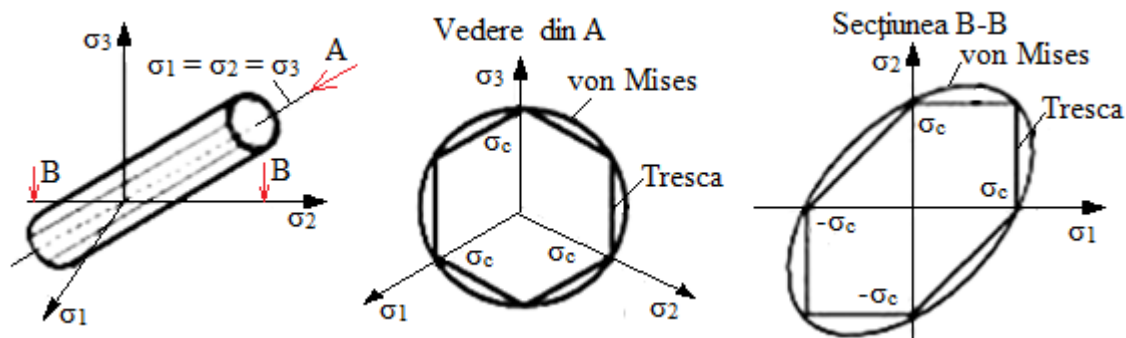


Fig. 6 Criteriile de echivalare la cedare Tresca și von Mises

Dacă starea de tensiuni este plană (când una dintre tensiunile principale este nulă), suprafețele de curgere (von Mises) pot fi trasate în plan (fig. 6, vederea B-B), devenind curbe de curgere. Această reprezentare rezultă, pur și simplu, prin secționarea cilindrului și prisme din fig. 6,a cu planul $\sigma_3 = 0$ (secțiunea B-B). Semnificația lor fizică este aceeași: punctele din interiorul curbelor corespund stărilor plane de tensiune care nu produc curgerea, în timp ce cele din exterior corespund condițiilor de curgere.

Similar, se definește deformația echivalentă sau deformația von Mises,

$$\sigma_e = \frac{1}{1+\nu} \sqrt{\frac{1}{2}(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2} \quad (14)$$

unde, ν este coeficientul Poisson (0...0,5).

AFF-T.2.1.3 REGIMURI DE LUCRU ȘI TIPURI DE COMPORTĂRI

Din punct de vedere al mecanicii structurii dependențele tensiune-deformație sunt cele mai importante caracteristici de material. Frecvent aceste dependențe sunt exprimate pentru tensiunea uniaxială de tracțiune ca forme standard de descriere a comportării materialului.

Materialele, bazat pe formele caracteristicilor tensiune-deformație pot fi moi (fig. 7,a) cu comportări elastică, elastoplastică sau plastică - sau dure cu comportare, cu precădere elastică, (fig. 7,b)

Materiale moi (tenace, ductile) pot lucra în regim elastic sau în regim plastic. În primul caz, *regimul elastic*, frecvent întâlnit în funcționarea structurilor de rezistență ale mașinilor și utilajelor, se consideră că deteriorarea (cedarea) apare în punctul de curgere (fig. 7,a) căruia i se asociază o tensiune (uniaxială) limită σ_c (σ_{02}) ca și caracteristică de catalog a materialului la care se raportează tensiunea efectivă maximă din zona critică a structurii, desigur considerând un coeficient de siguranță adecvat. În cel de-al doilea caz, *regimul plastic*, întâlnit în practică, cu precădere, la procesele tehnologice prin deformare plastică, după deformarea în regim elastic, datorită sarcinilor mărite se trece prin elasto-plastică și se ajunge în domeniul plastic, unde se produce curgere și poate apărea cedarea în punctul de rupere (fig. 7,a). Aspecte teoretice privind comportarea structurilor în regim plastic sunt prezentate în cap.

Materiale dure (fragile, casante), de obicei, neavând zonă de curgere sau aceasta este foarte redusă (fig. 7,b) au un punct în care se produce ruperea căruia i se asociază o tensiune uniaxială limită σ_r de asemenea caracteristică de catalog a materialului la care se raportează tensiunea efectivă maximă din zona critică a structurii, desigur și în acest caz considerând un coeficient de siguranță adecvat. Tensiunea efectivă maximă, în cele două cazuri posibile, poate fi oricare din componentele vectorului tensiune $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$ sau una din tensiunile principale $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ sau alte tensiuni echivalente.

Obs. a. pentru cazul *oțelurilor* există mărci care în funcție de tratamentul

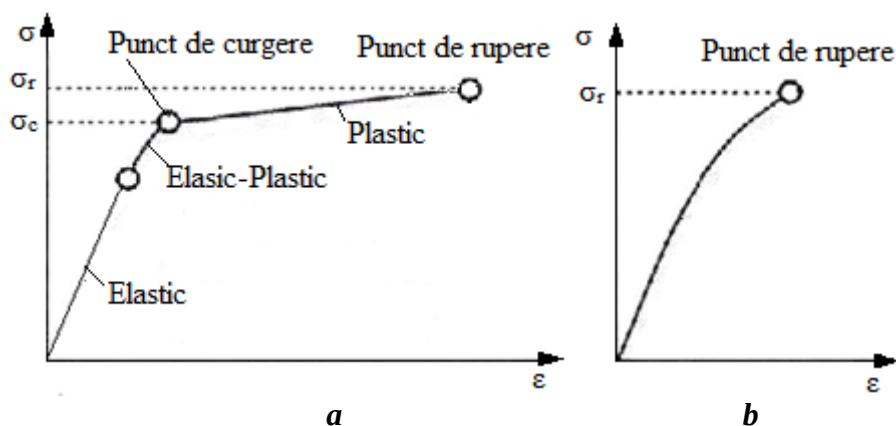


Fig. 7 Comportarea materialelor: **a** – moi (tenace); **b** – dure (casante)

termic (de ex. călire) aplicat pot fi încadrate în grupa materialelor moi, de obicei în etapele de prelucrare, ca apoi după tratament să devină fragile și pentru proiectare se va considera ca fiind dur. **b.** pe de altă parte, tot în cazul oțelurilor, este posibil ca urmare a aplicării tratamentelor termice (de ex. cementare și călire), pentru aceeași structură se obține o zonă interioară moale și la exterior una dură care nu afectează comportarea interiorului dar este eficientă mai ales pentru rezistența la solicitările de suprafață (contact).

AFF-T.2.1.4 MODELAREA COMPORTĂRII MECANICE A MATERIALELR ELASTICE

Materialele solide care în urma deformării (modificării formei) sub acțiunea încărcărilor revin la forma și dimensiunile inițiale sunt numite **elastice**. În cazul elementelor sistemelor mecanice, mai rar, poate apărea la limită, uneori, elasto-plastică. Aceasta este recomandat să se întâmple pentru elementele sistemelor mecanice care pentru obținerea formei finale s-au utilizat procedee tehnologice pe bază de deformații plastice la rece sau chiar la cald.

Pentru determinarea câmpurilor deplasărilor, deformațiilor și tensiunilor ale unui corp solid continuu, deformabil sub acțiunea sarcinilor exterioare (fig. 4,a), este necesar să se cunoască legile de comportare mecanică ale materialului acestuia.

Materiale cu comportare elastică sunt numite **liniare** (caracteristicile tensiuni-deformații (σ - τ) sunt liniare) sau **neliniare**, când aceste dependențe sunt neliniare (cap.). În ipoteza liniarității, pentru un material oarecare, variația componentelor vectorului tensiunilor se descrie ca o combinație liniară a componentelor vectorului deformațiilor, cu relația,

$$\{\sigma\} = [E] \{\epsilon\}, \quad (15)$$

în care,

$$[E] = \begin{bmatrix} E_{xxxx} & E_{xxyy} & E_{xxzz} & E_{xxyz} & E_{xxzx} & E_{xxxy} \\ E_{yyxx} & E_{yyyy} & E_{yyzz} & E_{yyyz} & E_{yyxz} & E_{yyxy} \\ E_{yyxy} & E_{zzyy} & E_{zzzz} & E_{zzyz} & E_{zzxz} & E_{zzxy} \\ E_{yzxx} & E_{zyyy} & E_{yzzz} & E_{yzyz} & E_{yzxz} & E_{yzxy} \\ E_{xzxx} & E_{xzyy} & E_{xzzz} & E_{xzyz} & E_{xzxz} & E_{xzxxy} \\ E_{xyxx} & E_{xyyy} & E_{xyzz} & E_{xyyz} & E_{xyxz} & E_{xyxy} \end{bmatrix} \quad (16)$$

este **matricea de elasticitate** a materialului. Prin urmare, în cazul general teoretic, **material anizotrop**, cu tensorii tensiunilor și deformațiilor simetrici (tensiunile tangențiale și deformațiile unghiulare respectă relațiile: $\tau_{ij} = \tau_{ji}$ și $\gamma_{ki} = \gamma_{ik}$), matricea de elasticitate a materialului conține 36 de coeficienți, numiți **constante (moduli) de elasticitate**. Aceste constante caracterizează răspunsul materialului la încărcări axiale triortogonale (tracțiune, compresiune și răsucire în ambele sensuri).

Prin luarea în considerare a ipotezei simetriei de elasticitate, matricea (16) ia forma,

$$[E] = \begin{bmatrix} E_{xxxx} & E_{xxyy} & E_{xxzz} & E_{xxyz} & E_{xxzx} & E_{xxxy} \\ & E_{yyyy} & E_{yyzz} & E_{yyyz} & E_{yyxz} & E_{yyxy} \\ & & E_{zzzz} & E_{zzyz} & E_{zzxz} & E_{zzxy} \\ & & & E_{yzyz} & E_{yzxz} & E_{yzxy} \\ & & & & E_{xzxz} & E_{xzxxy} \\ & & & & & E_{xyxy} \end{bmatrix}. \quad (17)$$

Simetric

Astfel, materialele anizotrope, teoretic elastice liniar, se evidențiază 21 de constante de elasticitate.

Materialele compozite compuse din fibre paralele înglobate într-o masă constitutivă omogenă se caracterizează prin simetria față de un plan normal la direcția fibrelor. În acest caz, se obține 13 constante de

elasticitate și pentru cazul în care axa OX este paralelă cu fibrele materialului și planul de simetrie este OZY matricea de elasticitate (17) devine,

$$[E] = \begin{bmatrix} E_{xxxx} & E_{xxyy} & E_{xxzz} & E_{xxyz} & 0 & 0 \\ & E_{yyyy} & E_{zzyy} & E_{yyyz} & 0 & 0 \\ & & E_{zzzz} & E_{zzyz} & 0 & 0 \\ & & & E_{yzyz} & 0 & 0 \\ \text{Simetric} & & & & E_{xzxz} & E_{xzxy} \\ & & & & & E_{xyxy} \end{bmatrix}. \quad (18)$$

În cazul materialelor cu două plane de simetrie ortogonale, numite **ortotrope** sau **anizotrope ortogonal**, descrierea comportării elastice liniare a materialului se realizează cu 9 constante de elasticitate independente, ca fiind elementele nenule ale matricei de elasticitate,

$$[E] = \begin{bmatrix} E_{xxxx} & E_{xxyy} & E_{xxzz} & 0 & 0 & 0 \\ & E_{yyyy} & E_{zzyy} & 0 & 0 & 0 \\ & & E_{zzzz} & 0 & 0 & 0 \\ & & & E_{yzyz} & 0 & 0 \\ \text{Simetric} & & & & E_{xzxz} & 0 \\ & & & & & E_{xyxy} \end{bmatrix}. \quad (19)$$

În acest caz, implicit, apare al treilea plan de simetrie elastică, ortogonal cu primele două. Constantele de elasticitate corespunzătoare direcțiilor sistemului de coordonate triortogonal drept atașat se numesc constante principale de elasticitate. Determinarea acestor constante de elasticitate se realizează prin încercări experimentale pe epruvete, ținând cont de ipoteza inexistenței "cuplajelor" între tensiunile normale și lunecările specifice corespunzătoare axelor de ortotropie.

Materialele izotrope sunt caracterizate de comportări invariabile pentru orice direcție și, deci, matricea de elasticitate, cu aceeași formă, indiferent de direcțiile axelor sistemului de coordonate de referință adoptat, în practica de proiectare, are următoarea configurație:

$$[E] = \begin{bmatrix} \lambda + 2\mu & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ & \lambda + 2\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ & & \lambda + 2\mu & 0 & 0 & 0 \\ & & & 2\mu & 0 & 0 \\ \text{Simetric} & & & & 2\mu & 0 \\ & & & & & 2\mu \end{bmatrix} \quad (20)$$

cu cei doi coeficienți de elasticitate independenți definiți de relațiile:

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}, \quad (21)$$

$$\mu = \frac{E}{2(1 + \nu)}, \quad (22)$$

în care E , modulul de elasticitate longitudinal și ν , coeficientul contracției transversale, sunt constantele de elasticitate tehnice ale materialului.

În multe cazuri caracteristicile materialelor se pot prelua biblioteci specifice, dar se pot introduce și de utilizator ($E = 2,1 \cdot 10^5$ MPa, $\nu = 0,3$, pentru oțel; $E = 1,4 \cdot 10^5$ MPa, $\nu = 0,24$, pentru fontă; $E = 0,7 \cdot 10^5$ MPa, pentru duraluminiu). În pachetele actuale caracteristicile materialului sunt asociate entităților (geometrice) sau unor

grupuri de elemente finite ale modelului.

Materialele elastice după dependența (legea caracteristica) tensiune-deformație mecanice pot fi:

- **liniare** (elastic) au aceeași caracteristică liniară (legea lui Hooke) la încărcare și la descărcare (fig. 8,a); parametrii caracteristici, E și ν au valori constante; materialele liniare pot fi isotropice, anizotropice;
- **neliniare elastic** au caracteristică neliniară (fig. 8,b) la încărcare și la descărcare (energia se conservă); parametrii caracteristici, E și ν au valori variabile.

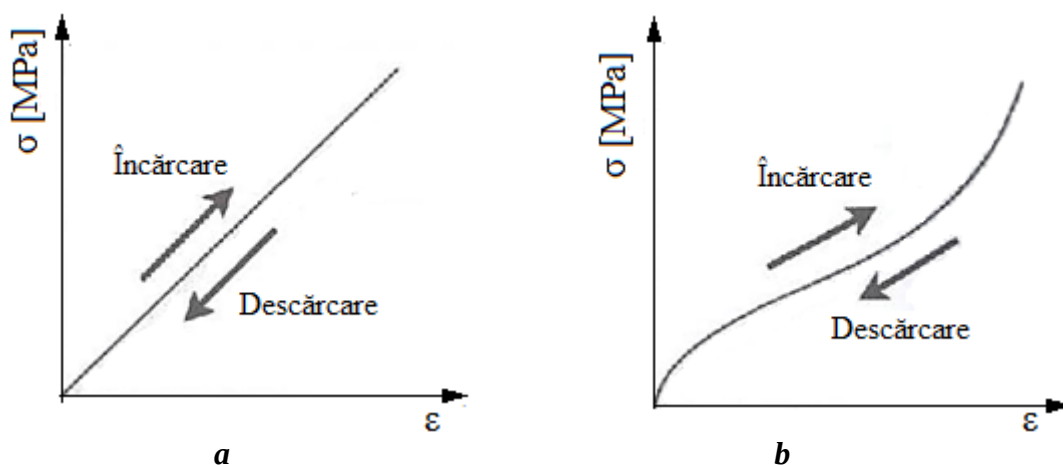


Fig. 8 Materiale elastice: **a** – liniare; **b** - neliniare

AEF-T.2.1.5 OȚELURI UTILIZATE FRECVENT PENTRU CONSTRUCȚIA ELEMENTELOR MAȘINILOR ȘI UTILAJELOR

Tab. 3 Oțeluri carbon nealiat de uz general

Grupa	Simbolul	Utilizare
Oțeluri de construcție (SR EN 10025/2005)	S185 ($R_{p02} = 185 \text{ MPa}$)	Elemente de structuri metalice de uz general supuse la solicitări moderate (suporturi, rame, armături, lanțuri, flanșe)
	S235 ($R_{p02} = 235 \text{ MPa}$)	Elemente de construcții metalice sudate sau îmbinate prin alte procedee (batiuri sudate, plase sudate pentru beton armat, rezervoare, stâlpi, poduri, ferme, structuri portante de mașini și utilaje)
	S275 ($R_{p02} = 275 \text{ MPa}$)	Elemente de construcții sudate supuse la solicitări mecanice relativ ridicate
	S355 ($R_{p02} = 355 \text{ MPa}$)	Elemente de construcții metalice puternic solicitate (stâlpi pentru linii electrice aeriene, căi de rulare, macarale, șasiuri de autovehicule, rezervoare de mare capacitate)
Oțeluri pentru construcții mecanice (SR EN 10025/2005)	E295 ($R_{p02} = 295 \text{ MPa}$)	Elemente de construcții mecanice supuse la solicitări ridicate (bare de tracțiune, arbori drepți și cotiți, arbori pentru pompe și turbine, cârlige de macara, menghine, piulițe, șuruburi de precizie, roți dințate pentru viteze periferice mici)
	E335 ($R_{p02} = 335 \text{ MPa}$)	Elemente de construcții mecanice la solicitări mai ridicate (arbori drepți și cotiți, șuruburi de precizie, roți dințate pentru viteze periferice moderate)
	E360 ($R_{p02} = 360 \text{ MPa}$)	Elemente de mașini supuse la uzură (arbori canelați, pene, cuplaje, roți melcate, melci pentru transport, roți de lanț, bolțuri de centrare)

Tab. 4 Oțeluri carbon nealiat de calitate

Grupa	Simbolul	Utilizare
Oțeluri nealiat de cementare (carburare)	C10; C15; C16 (0,15%C)	Piese cementate cu rezistență redusă în miez (clicheți, furci, pene de ghidare, culbutoare, supape, discuri, bușe și role pentru lanțuri de tracțiune)

Oțeluri nealiate de îmbunătățire (calire și revenire înaltă)	C35, C40 (0,40% C)	Piese tratate termic mediu solicitate (arbori cotiți cu dimensiuni mici, biele, butuci sudați pentru roți cilindrici de prese)
	C45 (0,45% C)	Piese tratate termic de rezistență ridicată și tenacitate medie (discuri de turbină, arbori cotiți, biele, coroane dințate, roți de clichet, volanți, melci etc.)
	C55 (0,55% C)	Piese tratate termic puternic solicitate (roți dințate, bandaje, coroane, arbori, bolțuri de lanț etc.)
	C60 (0,60% C)	Piese tratate termic cu proprietăți de rezistență ridicată combinată cu elemente de elasticitate (roți dințate, bandaje, bușe elastice, excentrice etc.)

Tab. 5 Oțeluri carbon aliate de calitate

Grupa	Simbolul	Utilizare
Oțeluri aliate de cementare (carburare)	16MnCr5 (0,16% C, aliat cu Mn și 0,5% Cr); 17CrNi6; 20MnCrS5; 18CrNiMo7; 20NiCrMoS6	Piese cementate (carburare urmată de călire și revenire joasă) cu rezistență mărită la suprafață și miez moale (roți dințate, furci, biele etc.) prelucrabile prin rectificare după călire și revenirea joasă
Oțeluri aliate de îmbunătățire	25CrMo4 (0,25% C, aliat cu Cr și 0,4% Mo); 30CrNiMo6; 34CrNiMo8, 41Cr4; 42CrMo4, 42CrMoS4, 51CrV4	Piese cu rezistență mare (roți dințate, elemente de asamblare, melci etc.) prelucrabile prin aşchiere după tratamentul de îmbunătățire (călire urmată de revenirea înaltă)

Tab. 6 Oțeluri carbon aliate speciale

Grupa	Simbolul	Utilizare
Oțeluri pentru arcuri (EN10089)	38Si7; 46Si7; 56Si7; 60Cr3; 51CrV4	Elemente elastice diverse
Oțeluri pentru rulmenți (SR EN 683-17)	100Cr6; 100CrMnSi6-4	Rulmenți și elemente de rulare