Aplicația nr. 6

ANALIZA STATICĂ LINIARĂ A STRUCTURILOR MECANICE AXIAL-SIMETRICE

A6.1. Introducere

Studiul elementelor sistemelor mecanice cu axă de simetrie comună pentru domeniul geometric, material, încărcare și condiții limită se poate realiza cu ajutorul elementelor finite axial-simetrice. Acestea, din punct de vedere geometric, sunt elemente finite plane utilizate pentru modelarea domeniului semisecțiunii axiale prin structură și din punct de vedere fizic sintetizează stările spațiale de tensiuni și de deformații (sau alte câmpuri pentru alte tipuri de probleme) raportate la un sistem de coordonate cilindric cu axa cotelor identică cu axa de simetrie.

Cazurile de aplicare în practică a analizei cu elemente finite axial-simetrice sunt multiple, remarcându-se cu frecvență mărită problemele cu structuri de revoluție în raport cu o axă, încărcate uniform distribuit circumferențial.

Folosind elementele finite axial-simetrice analiza structurilor elementelor tridimensionale ale maşinilor şi utilajelor, care respectă condițiile precizate mai sus, se realizeză prin intermediul unui model plan cu un număr de grade de libertate mult micşorat față de modelul tridimensional.

A6.2. Scopul aplicației

Analiza statică a structurilor axial-simetrice cu programe performante care au la bază MEF, în acest caz MSC/NASTRAN sub Windows 2.0, presupune parcurgerea etapelor principale de rezolvare a unei probleme oarecare, dar cu respectarea particularităților legate de simetria axială privind geometria, încărcarea și condițiile limită.

În acestă aplicație se prezintă, folosind analiza cu elemente finite axial-simetrice, studiul asamblării presate dintre inelul interior al rulmentului radial cu bile și arborele de intrare al reductorului cilindric din fig. A5.1. Deoarece, arborele este cu secțiune plină și, deci, cu rigiditate radială mărită se consideră, pentru studiul asamblării menționate, numai inelul interior al rulmentului.

În fig. A6.1,a se prezintă subansamblul rulmentului radial cu bile 6205, executat în clasa de precizie P0 cu jocul radial normal cu valoarea cuprinsă în [0,01; 0,02] mm. Inelul interior al acestui rulment cu forma și dimensiunile prezentate în fig. A6.1,b este executat din oțel de rulmenți, marca RUL1, cu modulul de elasticitate longitudinală $E = 2,1-10^5$ MPa, coeficientul contracției transversale v = 0,3 și densitatea $\rho = 7800$ Kg/m³.

Analiza cu elemente finite a modelului ataşat inelului interior al rulmentului radial cu bile, încărcat cu sarcinile din asamblarea cu strângere proprie a acestuia cu arborele, urmăreşte determinarea deplasărilor radiale admisibile ale punctelor din zona de contact, deci, și a dimensiunilor maxime posibile ale arborelui (ajustajul limită). Această situație se determină din condiția anulării jocului din rulment datorită deformațiilor elastice ale inelului interior considerând inelul exterior cu deformări elastice de montaj nule. În plus, prin analiza cu elemente finite, se pot obține informații legate de tensiunile din inel, de



Fig. A6.1. Rulmentul radial cu bile 6205 și inelul interior al acestuia

modificarea formei căii de rulare și de forța de montare/demontare a inelului. Acestea se pot obține ținând cont și de faptul că inelul interior este rotitor cu turația n = 4000 rot/min.

A6. 3. Întocmirea modelului de analiză

Modelarea cu elemente finite axial-simetrice de formă triunghiulară cu laturi parabolice, preferate din punct. de vedere al pachetului de programe MSC/NASTRAN sub Windows, implică generarea modelului geometric al unei semisecțiuni axiale prin structură, considerând ca plan de lucru, planul XZ cu axa Z axa de simetrie a structurii de analizat (fig. A6.2). În plus, se observă că domeniul plan de modelat și starea deformată a acestuia sunt simetrice în raport cu planul XY care conține axa căii de rulare. Astfel,

modelul geometric, în cazul acestei aplicații, se poate Z reduce la zona determinată de jumătatea semisecțiunii axiale prin inelul interior (fig. A6.2).

Condițiile de frontieră (limită) impuse, sunt în concordanță cu simetriile considerate și țin cont de interacțiunea cu arborele din zona de strângere.

Asupra inelului interior al rulmentului în zona de presare pe arbore acționază presiunea distribuită uniform pe circumferință și neuniform pe generatoare. Valoarea medie a acestei încărcări, dependentă de stângerea efectivă și de forma pieselor asamblate este



Fig. A6.2. Model de analiză a inelului interior

Tabelul A6.1
Generare plan de lucru
Succesiuni meniu-comandă-ferestre
<u>Tools</u> → <u>Workplane</u> → <u>Plane Locate</u> → Define Model Workplane <u>Methods</u> → <u>Plane Method</u> <u>Global Plane</u> ; <u>OK</u> → <u>Global Plane</u> → Define Model Workplane <u>Base</u> : X 0.0, Y 0.0, Z 0.0; Direction: © Positive, © <u>Z</u> X Plane; <u>OK</u> . <u>View</u> → <u>Rotate</u> → <u>View Rotate</u> ZX Front; <u>OK</u> .



Tabelul A6.2

necunoscută.

Pentru analiza cu elemente finite, având în vedere încadrarea acestei aplicații în grupa celor statice liniar (invarianța încărcărilor cu timpul și proporționalitățile forțe-deplasări și tensiuni-deformații), inițial se consideră încărcarea inelului în zona de contact cu arborele cu presiunea de valoare 100 MPa, distribuită uniform în cele două direcții (axială și circumferențială).

A6.4. Preprocesarea modelului de analiză

A6.4.1. Modelarea geometrică

Generarea și vizualizarea planului de lucru XZ, în care se va genera modelul cu elemente finite axial-simetrice, preferat de sistemul de programe MSC/NASTRAN sub Windows pentru acest tip de element finit, se realizează parcurgând succesiunile din tabelul A6.1.

Modelul geometric al problemei din această aplicație, în vederea discretizării. automat, se poate reduce la un contur închis de linii care mărgineste domeniul modelului de analiză. În tabelul A6.2 se prezintă, în prima succesiune, comanda Rectangle... de obtinere a unui contur dreptunghiular de linii drepte. introducându-se coordonatele а două ale colturi opuse acestuia. După parcurgerea ultimei succesiuni, în scopul vizualiării etichetelor liniilor apare imaginea prezentată în figura din tabelul A6.2.

Linia de tip arc de cerc corespunzătoare profilului semicăii de rulare se obține parcurgând succesiunea din tabelul A6.3, care implică introducerea valorilor coordonatelor centrului, ale punctului de start și a unghiului în câmpurile corespunzătoare ale celor trei ferestre de dialog asociate comenzii Angle-Center-Start....

În tabelul A6.4 se prezintă succesiunea care conține comanda **Trim...** pentru determinarea intersecților liniilor 3 și 4 cu arcul 5 și ștergerea porțiunilor din aceste linii, care sunt în afara conturului

Aplicatia nr. 6



domeniului modelului problemei.

Modelul geometric prezentat în figura din tabelul A6.5 conține, în plus, racordarea 6 și teșitura 7 care se obțin cu ajutorul comenzilor <u>Fillet...</u> și, respectiv, <u>Chamfer...</u> din meniul <u>Modify</u>. Parametrii necesari racordării: liniile de racordat, raza și coordonatele unui punct din zona centrului se introduc în câmpurile Curve<u>1</u>, Curve<u>2</u>, <u>R</u>adius și, respectiv, <u>X</u>, <u>Y</u> și <u>Z</u> din fereastra Fillet Curves</u>. Pentru obținerea unei teșituri se introduc identificatorii liniilor inițiale, lungimile teșiturii în direcțiile celor două linii și coordonatele unui punct care indică poziția teșiturii în câmpurile Line<u>1</u>, Line<u>2</u>, Chamfer Length1, Chamfer Length2 și, respectiv, <u>X</u>, <u>Y</u> și <u>Z</u> din fereastra de dialog Chamfer Lines.

A6.4.2. Modelarea cu elemente finite

A6.4.2.1. Modelarea comportării materialului

Analiza statică a câmpurilor deformațiilor și tensiunilor din structura prezentată, sub acțiunea forțelor exterioare din zona de presare și a forțelor centrifuge, presupune cunoașterea modulului de elasticitate longitudinală E, a coeficientului contracției transversale v și a densității materialului ρ . Valorile acestor parametri se introduc cu



A6.4.2.2. Alegerea elementelor finite și introducerea proprietăților acestora

Tinând cont de tipul problemei și de recomandările de utilizare a pachetului de programe MSC/NASTRAN sub Windows 2.0 pentru modelare se selectează elementul finit de tip **Axisymmetric** și se activează butonul Parabolic Elements, corespunzător neliniarității geometrice de ordinul doi, în fereastra **Element/Property Type** (tabelul A6.7). Pentru acest element finit, care sintetizează comportarea spațială a structurii prin modelul numeric implementat în progarm, generarea setului de proprietăți se reduce numai la



Discretizarea domeniului modelului de analiză, automat, în vederea obținerii structurii de elemente finite, se face în concordanță cu o schemă de discretizare care presupune setarea pozițiilor nodurilor primare ale elementelor finite pe liniile conturului domeniului. În tabelul A6.8 se prezintă succesiunea meniu-comandă-ferestre pentru obținerea schemei de discretizare. Ferestrele Entity Selection – Enter Curve(s) to Set Mesh Size și Mesh Size along a Curve se repetă pentru fiecare linie a conturului domeniului căreia îi corespunde un număr de elemente finite introd us în câmpul Number of Elements și factorul fineței de discretizare, de valoare 1, din câmpul <u>B</u>ias. După parcurgerea ultimei succesiuni din tabelul A6.8 în zona de lucru apare imaginea redată și în figura din acest tabel, în care se pot observa simbolurile rombice care marchează pozițiile nodurilor primare.

Obținerea frontierei domeniului care urmează să fie discretizat automat se



realizează parcurgând succesiunea din tabelul A6.9. În figura din acest tabel se prezintă frontiera obținută, marcată prin linie îngroșată.

Comanda **Boundary** <u>Mesh...</u> din componența primei succesiuni din tabelul A6.10 se utilizează pentru generarea, automat, a structurii de elemente finite de formă triungiulară și cu proprietatea 1..Axialsim, caracteristici selectate în fereastra **Generate Boundary** Mesh. Ultimele două succesiuni care implică anularea vizualizării identificatorilor nodurilor și elementelor finite, respectiv a entităților de tip punct (Point), linie (Curve) și frontieră (Boundary) din tabelul A6.10 conduc la modelul din figura conținută în acest tabel.

A6.4.2.4. Introducerea condițiilor limită

În tabelul A6.11 se prezintă succesiunile de generare a setului de încărcare, numit Reazem1, și a restricțiilor impuse nodurilor din zona de contact cu arborele și a planului

frontal de simetrie. Gradele de libertate selectate în caseta DOF, implică deplasări anulate pentru nodurile din aceste zone în concordanță cu procesul fizic de deformare și condițiile de simetrie considerate. În figura din tabelul A6.11 se prezintă modelul completat cu simbolurile condițiilor limită și codul numeric asociat ale cărui numere au corespondență cu gradele de libertate anulate (3 - TZ, 4 - RX, 5 - RY).

A6.4.2.5. Introducerea încărcărilor

Pentru introducerea încărcărilor sub formă de presiune și forțe centrifugale se parcurg succesiunile din tabelului A6.12. Prima succesiune din acest tabel conduce la generarea setului de încărcare, numit în câmpul Title, Presiune. A doua succesiune, pentru permite introducerea а se încărcărilor de tip presiune pe grupuri de identifică sensurile elemente finite, normalelor fetelor elementelor finite și în cazul existenței unor normale cu sensuri opuse celui implicit, consecință a activării Update/Reverse Element butonului Normals din fereastra de dialog Check Element Normals, le schimbă sensul.

Introducerea efectivă a încărcărilor de tip presiune, conform celei de-a treia succesiuni din tabelul A6.12, implică selectarea elementelor finite în fereastra Entity Selection - Enter Element(s) to introducerea valorii presiunii în Select. câmpul Pressure din fereastra Create Loads şi selectarea Elemental (introducerea codului) feței în câmpul Face fereastra Face Selection for din Elemental Loads. În cazul în care fețele cu încărcare nu au același cod numeric se va repeta succesiunea a treia pentru fiecare element finit. Succesul acestei etape este confirmat de apariția pe display a vectorilor presiune (v. figura din tabelul A6.12).

Multe din structurile elementelor componente ale maşinilor şi utilajelor sunt solicitate şi de forțe masice şi/sau inerțiale. În cazul acestei aplicații, având la dispoziție pachetul MSC/NASTRAN sub Windows 2.0, se pot lua în considerare şi Tabelul A6.12

Introducere încărcări				
Succesiuni meniu-comandă-ferestre				
• <u>Create</u> → Loa <u>d</u> → <u>Set</u> → Create or Activate Load Set Title Presiune; <u>O</u> K.				
 Check → Normals → Entity Selection-Enter Element(s) to Check 				
Select All; $\underline{OK} \rightarrow$ Check Element Normals $\underline{\square}$ Update/Reverse Element Normals; \underline{OK} .				
apasă și încadrează, a elementelor finite de la interior), OK →				
Pressure 100; <u>OK</u> → Face Selection for Elemental Loads				
Face 3 (sau selectare cu mouse-ul a feței pe care se aplică presiunea); $OK \rightarrow$ Entity Selection-Enter Element to Select				
Cancel. • Create \rightarrow load \rightarrow Body \rightarrow				
Create Body Loads ☑ Active, Velocity Rotation (rev/time): wx 0.0, wy 0.0, wz, 0.41866; Origin Center of Rotation: X 0.0, Y 0.0, Z 0.0; <u>O</u> K.				
View Quick Options View Cuick Options Node: □ Constraint; Done.				
Imaginea rezultată				
100. 100.				

încărcarea forte centrifugale, cu consecintă a rotației uniforme a inelului rulmentului, În acest sens, parcurgând penultima succesiune din tabelul A6.12, se introduc componentele vectorului vitezei unghiulare si coordonatele originii acestuia în câmpurile Wx, Wy, Wz și, respectiv, X, Y şi Z din fereastra de dialog Create Body Loads. Decarece axa de rotatie a rulmentului este axa Z a sistemului de coordonate global al modelului de analiză, valoarea vitezei unghiulare corespunzătoare turatiei inelului, Wz = π n/30 = 418,66 rad/s, se înmulteşte cu 10-3 pentru ca valoarea forței



centrifuge, luată în considerare prin intermediul modelului numeric cu elemente finite, să rezulte în N, ținând cont că dimensiunile liniare sunt în mm.

Ultima succesiune din tabelul A6.12, pentru mărirea lizibilității imaginii modelului, presupune anularea vizualizării simbolurilor asociate nodurilor și condițiilor limită prin dezactivarea opțiunilor corespunzătoare din fereastra View Quick Options activată de butonul cu simbolul menționat în succesiune și poziționat în bara comenzilor rapide.

A6.4.3. Verificarea modelului cu elemente finite

În tabelul A6.13 se prezintă două succesiuni meniu-comandă-ferestre pentru verificarea modelului, înaintea lansării în execuție. Şi în cazul acestei probleme datorită discretizării domeniului geometric, automat, pornind de la o setare preliminară a pozițiilor nodurilor pe liniile frontierei domeniului, se impune verificarea formei elementelor finite cu ajutorul comenzii **Distorsion...**, din meniul **Check** (tabelul A6.13), care conduce la apariția în zona de liste şi mesaje a unui raport cu elementele finite care au valorile factorilor de formă în afara limitelor admisibile.

Suficiența condițiilor de rezemare impuse, în vederea eliminării oricărei posibilități de mişcare cinematică a modelului, este confirmată de valorile supraunitare ale factorilor condițiilor limită corespunzători gradelor de libertate posibile ale structurii, din lista rezultată în urma execuției comenzii **Constraints...** (ultima succesiune din tabelul A6.13).

A6.5. Rezolvarea modelului

Comanda Analyze..., din meniul File (prima succesiune din tabelul A6.14), conduce la fereastra MSC/NASTRAN Analysis în care se poate observa setarea implicită a tipului problemei de anailzat (1...Static) și a seturilor condițiilor limită (Reazem1) și încărcărilor (Incarcare1). După confirmarea acestor setări prin activarea butonului OK și salvarea fișierului cu datele modelului se încarcă pachetul de programe de rezolvare (MSC/NASTRAN Solver) și apoi, în fereastra MSC/NASTRAN Manager, se indică prin mesaje de informare evoluția analizei și rezolvării modelului. Fereastra Message Review care apare la sfârșitul analizei conține mesaje legate de numerele de erori fatale și de mesaje de atenționare și de informare. Aceste mesaje se pot vizualiza prin activarea butonului Show Details. Studiul acestor mesaje este util pentru a se observa eventualele erori care s-au efectuat la faza de întocmire a modelului. În cazul existenței erorilor fatale analiza modelului se consideră eşuată și se recomandă, ca pornind de la informațiile din

Tabolul A6 14

mesajele de eroare, modificarea sau chiar reîntocmirea modelului cu elemente finite. Uneori, este posibil, să existe numai mesaje de atenționare și totuși rezultatele obținute să nu fie postprocesabile. Această situație este posibil să apară în cazul necontinuității la nivel nodal a structurii de elemente finite, abaterilor factorilor de formă ai elementelor finite de la valorile limită impuse și/sau nerealizării suficienței condițiilor limită impuse.

După activarea butonului Continue Message fereastra Review si din acceptarea încărcării fișierelor de date pentru postprocesare, în zona de mesaje, se mentionează succesul analizei și rugămintea de continuare a analizei with Conversation ((Ending MSC/NASTRAN Results Reader...) ... Please Continue). Este posibil ca în zona de mesaje, datorită cauzelor menționate

Analiza modelului cu elemente finite
Succesiuni meniu-comandă-ferestre
\rightarrow File \rightarrow Analyze \rightarrow
MSC/MASTRAN Analysis Control
Analysia Candition: Analysia Type
Analysis Conultion. Analysis Type
\pm 1Static, <u>L</u> oads \pm 1Incarcare1,
Constraints \downarrow 1Reazem1; OK \rightarrow
MSC/NASTRAN for Windows
OK to Save Model Now? Yes →
MSC/NASTRAN Manager
→ ·
Message Review
Continue \rightarrow
MSC/NASTRAN for Windows
OK to Begin Reading File
MSCN4W20\I100.xdb? Yes.

mai sus, să se indice insuccesul operațiilor de conversie a datelor și, deci, imposibilitatea poostprocesării acestora.

A6.6. Postprocesarea rezultatelor

Vizualizarea procesului de deformare, prin suprapunerea stărilor deformată sau animată peste cea nedeformată (tabelul A6.15), confirmă concordanța dintre simularea imaginată la modelare și cea obținută după analiză. În prima figură din tabelul A6.15 se prezintă structura deformată, în direcție radială, cu precizarea câmpurilor de deplasări. consecință a primului set de selectări (Deform, în caseta Deformed Style, și 2..T1 Translation, în câmpurile Deformațiilor totale, consecință a celui de-al doilea set de selectări (Deform, în caseta Deformed Style, și 1..Total Translation, în câmpurile Deformation și Contour), este prezentată în cea de-a doua figură. Valorile maxime ale deplasărilor selectate se pot determina din mesajele de informare din fereastra **Select Postprocessing Data** și din legendele asociate contururilor câmpurilor. Pentru vizualizarea animată a procesului de deformare se selectează opțiunea Ani<u>m</u>ate din caseta Deformed Style.

În tabelul A6.16 se prezință succesiunea etapelor pentru vizualizarea câmpurilor de tensiuni din structura modelului de analiză, care coincide cu semisecțiunea axială prin inelul analizat. Cele trei figuri din tabelul A6.16 prezintă contururile câmpurilor tensiunilor radiale, axiale și echivalente (Von Mises) care se vizualizează parcurgând pentru fiecare succesiunea din acest tabel, cu selectarea codului corespunzător (6028..Axisym Radial Stress, 6030..Axisym Axial Stress și, respectiv, 6035..Axisym Von Mises Stress).

A6.7. Concluzii

Urmărind câmpurile deplasărilor, prezentate în tabelul A6.15, și valorile maxime ale acestora se observă influența mărită a deplasărilor radiale (1...T1 Translation) asupra deplasărilor totale.



În fig. A6.3 se prezintă lista parțială a parametrilor asociați nodului 18, de pe axa căli de rulare, consecință a parcurgerii succesiunii din tabelul A6.17

Convențional, rigiditatea radială a inelului rulmentului, definită ca fiind raportul

Tabelul A6.17

Listare parametri de ieşire ai unu	i nod
Succesiune meniu-comandă-ferest	re
 List → Output → Querry → Output Query Entity © Node; ID 6 (sau selectare mouse-ul); OK. 	cu

dintre presiunea (p), aplicată în zona interioară, și deplasarea radială rezultată (u,), se poate determina cu relația

$$K_{r} = \frac{p}{u_r}, \qquad (A4.1)$$

care după evaluarea cu valorile din modelul



analizat mai sus (p = 100 MPa şi u_r = 0,0216 mm) se obține k_r = 4629,6 MPa/mm. Tinând cont de comportarea liniară a structurii inelului şi de raportul dintre deplasarea radială a nodurilor din zona alezajului şi din cea a căii de rulare, a = u_r/u = = 0,0216/0,018742 = 1,1525, considerând deplasarea radială a nodurilor de pe calea de rulare egală cu jocul radial minim (j_{min} = 0,015 mm), rezultă deplasarea radială maximă permisă în zona alezajului, u_{max} = j_{min}. a = 0,015 . 1,1525 = 0,0173 mm. Această valoare nu trebuie să depăşească strângerea efectivă din ajustajul arbore - alezaj inel interior. La proiectare pentru alegerea acestui alezaj valoarea deplasării radiale maximă, obținută mai sus, este necesar să aparțină intervalului determinat de stângerea minimă şi cea maximă (u_{max} ∈ [s_{min}, s_{max}]). De exemplu, ținând cont de aceste condiții, pentru cazul considerat, se poate adopta ajustajul H7(^{+0,021}) / r6(^{+0,041}_{+0,026}).

Din relația A4.1, considerând k, de valoare cunoscută, se poate obține presiunea limită din condiția anulării jocului din rulment p_{lim} = k_r. u_{max} = 4629,6 . 0,0173 = 80,1 MPa. Forța de montare/demontare, considerând coeficientul de frecare μ = 0,2 se calculează cu relația F = π d B p_{lim} μ , care prin evaluare conduce la F = 18848,1 N.

Node 18				
Output Set 1 - MS	SC/NASTRAN	Case 1		
Output Vector 1	1	Total Translation	2	0.018742
Output Vector	2 -	T1 Translation	Ħ	0.018742
Output Vector 3	3 -	T2 Translation		0.
Output Vector	4 -	T3 Translation	=	Θ.
Output Vector	5 -	Total Rotation	= 1	Θ.
Autput Vector (6 -	R1 Rotation	=	Θ.
Outnut Vector	7 -	R2 Rotation	=	Θ.
Autput Vector	8 -	R3 Rotation	=	Θ.
Output Vector	51 -	Total Constraint Force	Ξ	2379.66
Output Vector	52 -	T1 Constraint Force	Ξ	θ.
Output Vector !	53 -	T2 Constraint Force		0.
Output Vector	54 -	T3 Constraint Force	=	-2379.66
Autout Vector	55 -	Total Constraint Moment	=	Θ.
Output Vector	56 -	R1 Constraint Moment	5	0.
Output Vector	57 -	R2 Constraint Moment	=	0.
Autout Vector	58 -	R3 Constraint Moment	×	0.

Fig. 6.3. Lista parametrilor asociați nodului 18