Aplicația nr. 12

ANALIZA FRECVENȚELOR ȘI MODURILOR PROPRII DE VIBRAȚIE ALE STRUCTURILOR DE TIP MEMBRANĂ

A12.1. Introducere

În multe situații practice pentru proiectarea sistemelor mecanice complexe este necesară cunoașterea frecvențelor și modurilor proprii de vibrație ale unor componente sau chiar a ansamblului. Acești parametri, învariabili cu timpul, determinați în condițiile respectării configurației de echilibru, sunt caracteristici intime ale structurii analizate dependente de formă, dimensiuni și material.

Deoarece cu MEF structurile continui sunt aproximate printr-un sistem de elemente finite, analizele de valori proprii conduc la soluții aproximative. Frecvențele proprii obținute în urma analizei și rezolvării modelului cu elemente finite sunt utile în proiectare pentru studiul fenomenelor de rezonanță și pentru analiza dinamică (modală) a structurii.

A12.2. Scopul aplicației

Proiectarea maşinii vibratoare de alimentare din fig. A12.1 presupune studiul frecvențelor naturale și a formelor proprii de oscilație ale jgheabului semicircular executat din material compozit, Kevlar 49 Epoxy, cu modulele de elasticitate longitudinală $E_1=1,0701.10^7$ MPa, $E_2=5,4375$ 10^5 MPa; modulele de elasticitate transversală $G_{12}=2,523.10^5$ MPa, $G_{1z}=2,523.10^5$ MPa, $G_{2z}=2,523.10^5$ MPa; coeficientul contracției transversale, v = 0,4 și densitatea, $\rho = 2,6 10^{-6}$ Kg/mm³. Indicii parametrilor caracteristici sunt aceiași cu notațiile direcțiilor sistemu ui de coordonate asociat materialului (1 și 2 - direcții în planul de ortotropie și z - direcția normală la acest plan). Structura jgheabului este compusă din patru straturi simetrice, fiecare cu grosimea de 0,5 mm, și cu direcțiile principale 90/-90/45/-45. Dimensiunile igheabului la nivelul fibrelor medii ale membranei



Fig. A12.1. Schemă maşină vibratoare

stratificate sunt următoarele: $l_1 = 450$ mm, $l_2 = 890$ mm, $l_3 = 300$ mm și R = 210 mm. Structura jgheabului este rigidizată în zona pârghiilor de susținere și de antrenare prin includerea unor unor piese metalice cu forme adecvate.

A12. 3. Întocmirea modelului de analiză

În figura A12.2 se prezintă un model de analiză în vederea determinării frecvențelor naturale și a modurilor proprii de vibrație ale jgheabului descris mai sus. Deoarece suporții jgheabului au rigiditate mărită, structura modelului de analiză se consideră rezemată în zonele de fixare de aceștia. Analiza cu elemente finite a frecvențelor și modurilor proprii ale unei structuri elastice, fiind o problemă de valori proprii, nu implică încărcarea acesteia.

A12.4. Preprocesarea modelului de analiză

A12.4.1. Modelarea geometrică

Pornind de la faptul că domeniul geometric al igheabului este, de tip suprafață, compus din suprafețe elementare (un semicilindru și un sfert de sferă) ușor modelabile cu elemente finite, modelarea geometrică constă în generarea acestor suprafețe elementare.

În tabelul A12.1 se prezintă succesiunea de generare a trei suprafețe cilindrice. Pentru fiecare, această succesiune conține parametrii caracterisrtici (separați de simbolul "/") și implică conversația cu ferestrele de dialog:

- Vector Global Axis - Define Center and Height of Cylinder, Cone or Tube, de definire a vectorului asociat liniei centrelor care are originea descrisă prin introducerea coordonatelor în câmpurile X, Y și Z ale casetei <u>B</u>ase, direcția, axa X a sistemului de coordonate global, selectată în caseta Direction, și lungimea egală cu înălțimea cilindrului introdusă în câmpul <u>L</u>ength;

- Vector Global Axis - Define Direction Toward Start of Surface, de generare a vectorului asociat originii suprafeței cunoscând coordonatele originii (Base) și direcția radială corespunzătoare axei Z a sistemului de coordonate global (Direction);

- Create a Cylinder, Cone or Tube, de definire a razei (câmpul Bottom Outer din caseta Radii) și a unghiului suprafeței (Angle).

Penultima succesiune din tabelul A12.1 conduce la vizualizarea identificatorilor suprafețelor obținute prin selectarea în câmpurile listă Options și Label Mode a opțiunilor Surface și, respectiv, 1..ID în fereastra de dialog View Options a comenzii Options... din meniul <u>View</u>.



Fig. A12.2. Model de analiză a jgeabului

Tabelul A12.1 Generare entități de tip suprafată cilindrică Succesiuni meniu-comandă-ferestre •Create \rightarrow Surface \rightarrow Cylinder... \rightarrow Vector Locate- Define Center and Height of Cylinder, Cone or Tube Methods... \rightarrow Vector Definition Method \odot Global Axis: OK \rightarrow Vector Global Axis - Define Center and Height of Cylinder, Cone or Tube Base: X 0/ 450/ 1340, Y 0/ 0/ 0. Z 0/ 0/ 0: Length 450/890/300; Direction: O Positive, O Xaxis; $OK \rightarrow$ Vector Global Axis - Define Direction Toward Start of Surface Base: X 0/ 450/ 1340, . Y 0/ 0/ 0. Z 0/ 0/ 0: Direction:
O Positive.
O Zaxis: $OK \rightarrow$ Create a Cylinder, Cone or Tube Radii Bottom Outer 210/210/210; Angle 180/180/180; $OK \rightarrow$ Vector Global Axis - Define Center and Height of Cylinder, Cone or Tube Cancel. • Ctrl + A. • View \rightarrow Options ... \rightarrow View Options Options Surface; Label Mode 1..ID; OK. View → Rotate... → View Rotate Trimetric; OK. Imaginea rezultată

În figura din tabelul A12.1 se prezintă cele trei suprafețe în perspectivă, consecință a parcurgerii ultimei succesiuni din acest tabel. Suprafețele sunt marcate printr-un caroiaj de linii paralele setat implicit de sistem.

Generarea suprafetei sferice din zona de cap a jgheabului se face parcurgând succesiunea din tabelul A12.2. În ferestrele acesteia se definesc vectorii centru-pol (Vector Global Axis - Define Center and Polar Direction of Sphere), centru-origine suprafață (Vector Global Axis - Define Direction Toward Start of parametrilor Surface) valorile si dimensionali ai suprafetei (Create Sphere). Definirea vectorilor, în acest caz. presupune introducerea valorilor coordonatelor originii în câmpurile X, Y și Z din caseta Base, selectarea direcției și a sensului în caseta Direction și introducerea lungimii în caseta Length (numai în cazul primului vector). Valorile parametrilor dimensionali ai suprafetei, raza și unghiurile în direcțiile longitudinală și latitudinală, se introduc în câmpurile Radius si, respectiv, From și To din casetele Longitude Angles și Latitude Angles. În figura din acest tabel se poate observa suprafata sferică obtinută, marcată cu identificatorul 4.

A12.4.2. Modelarea cu elemente finite

A12.4.2.1. Modelarea comportării materialului

Caracteristicile materialului compozit Kevlar 49 Epoxy, se descriu cu aiutorul comenzii Material... din meniul Create (tabelul A12.3). Decarece acest material este ortotropic în fereastra de dialog Define Isotropic Material, selectată implicit. se "acționează" butonul Type ... și în fereastra de dialog Material Type se activează opțiunea Orthotropic (2D). În fereàstra de dialog Define 2D Orthotropic Material se introduc valorile parametrilor caracteristici ai materialului, astfel: modulele de elasticitate longitudinală pe directiile specifice planului de ortotropie se introduc



A12.4.2.2. Alegerea elementelor finite și introducerea proprietăților acestora

Modelarea cu elemente finite a structurii de anlizat, ținând cont de precizările anterioare privind materialul, se face cu elementul finit bidimensional de tip Laminate selectat din biblioteca prezentată în fereastra Element/Property Type (succesiunea din tabelul A12.4). Parametrii specifici acestui tip de element finit: materialul (Material), grosimea (Thickness) și unghiul direcției principale a materialului (Angle), pentru fiecare strat din componența plăcii; tipul teoriei de cedare (Failure Theory); forma simetrică de dispunere a straturilor (Simmetric Layers) sunt introduși și setați în fereastra de dialog Define Property - LAMINATE Element Type.

A12.4.2.3. Generarea structurii de elemente finite

Discretizarea celor patru suprafețe elementare ale modelului se face după ce în prealabil se realizează setarea preliminară a poziției nodurilor pe laturile acestor suprafețe, conform succesiunii din tabelul A12.5. Această setare se face pentru fiecare suprafață selectată în fereastra Entity Selection - Select Surfaces to Mesh Size, prin introducerea numerelor de elemente finite pe muchiile acesteia în câmpurile asociate sensurilor, s și t, din caseta Number of Elements a fereastrei de dialog Mesh Size on Surface. Lungimile liniilor nodale ale elementelor finite de pe laturile suprafețelor se

Tabelul A12.4			
Generare proprietăți element finit			
Succesiune meniu-comandă-ferestre			
Create → Property → Define Property - PLATE Element Type → Element/Property Type → Element/Property Type Plane Elements © Laminate; OK → Define Property - LAMINATE Element Type Title Laminat; Material ↓ 1Kevlar; Simmetric Layers; Layer Property Values: Material 1 1, 2 1, 3 1, 4 1; Thickness 1 0.5 2 0.5 3 0.5 4 0.5;			
Angle 1 90 2 -90 3 45 4 -45:			
Failure Theory ⊙ <u>H</u> ill; OK → Define Property - LAMINATE Element Type Cancel.			

consideră egale și, deci, în caseta factorului fineței de discretizare se introduce valoarea 1. După ieșirea din comandă pe muchiile suprafețelor apar simboluri rombice care marchează poziția nodurilor (figura din tabelul A12.5).



Generarea efectivă a nodurilor și elementelor finite, pentru cele patru suprafațe elementare, se realizează cu ajutorul comenzii **On Surface...** din submeniul <u>On</u> **Geometry**, care este inclus în meniul <u>Generate</u> (tabelul A12.6). Pentru discretizare se selectează proprietatea asociată elementului finit, definită anterior sub numele 1..Laminat, din câmpul listă Property din fereastra de dialog **Generate Boundary to Mesh**.

Deoarece discretizarea în elemente finite s-a realizat separat pentru fiecare suprafață, în vederea realizării continuității structurii în zonele muchiilor comune, este necesară identificarea și unirea nodurilor suprapuse. Aceasta se realizează cu ajutorul comenzii Coincident Nodes... din meniul Check conform celei de-a doua succesiuni din tabelul A12.7. Ferestrele asociate acestei comenzi permit selectarea nodurilor (Entity Selection-Enter Nodes to Check), setarea opțiunii de unire prin activarea butonului Merge Coincident Entities și introducerea distanței maxime dintre noduri în câmpul Maximum Distance To Merge (Check/Merge Coincident Options).

Ultimele două succesiuni din tabelul A12.6 conduc la anularea vizualizării etichetelor de identificare ale nodurilor și elementelor finite și la anularea vizualizării entităților de tip linie și suprafață prin activarea opțiunii 0..No Labels în castele ferestrei **View Options** și, respectiv, prin dezactivarea butoanelor corespunzătoare (Curve și Surface) din fereastra **View Quick Options** deschisă cu ajutorul butonului rapid cu simbolul prezentat la începutul ultimei succesiuni. În figura din tabelul A12.6 se prezintă rețeaua de elemente finite obținută.

proprii

ale



Tabelul A12.7

Introducerea efectivă a nodurilor și a gradelor de libertate "înghetate" (cu deplasări nule) se face în fereastrele de dialog Enter Selection - Enter Node(s) to Select și, respectiv, Create Nodal Constraint/DOF din componenta celei de-a treia succesiuni din tabelul A12.7. În figura din acest tabel se prezintă structura de elemente finite cu precizarea rezemărilor și codurilor care indică multimea numerelor asociate gradelor de libertate anulate (1, 2, 3 corespunzătoare translațiilor și 4, 5, 6 rotirilor în raport cu axele

succesiuni din acest tabel.

Analiza frecvențelor și modurilor proprii de vibrație ale structurilor de tip membrană 249



A12.4.3. Vérificarea modelului cu elemente finite

Deoarece discretizarea s-a realizat cu setarea preliminară numai a numărului de noduri de pe muchiile suprafețelor modelului este posibil să fi rezultat elemente finite cu abateri mărite de la forma ideală (pătrat, în acest caz) și, deci, este necesară verificarea elementelor finite din punct de vedere al formei cu ajutorul comenzii **Distorsion...** din meniul **Check** (tabelul A12.8). Dacă după execuția acestei comenzi rezultă elemente finite cu abateri ale factorilor de formă de la domeniile admisibile, menționate și în fereastra de dialog **Check Element Distortions**, se recomandă rediscretizarea cu o nouă setare a parametrilor de discretizare. Identificarea elementelor finite cu abateri se poate face analizând lista care apare în zona de mesaje sau listând grupul obținut consecință a activării opțiuniii Make Group with Distorted Elements în fereastra de dialog **Check Element Distortions**.

A12.5. Rezolvarea modelului

În tabelul A12.9 se prezintă succesiunea compusă din meniu, comandă și ferestre de dialog pentru analiza, rezolvarea și pregătirea datelor în vederea postprocesării rezultatelor. Activarea comenzii Analyze... din meniul <u>File</u> conduce la fereastra de dialog **MSC/NASTRAN Analysis Control** în care se selectează tipul analizei (2...Normal Modes). În plus, în această fereastră se acceptă setarea implicită a setului de condiții limită (1..Reazem1) și se introduce valoarea numărului de frecvențe proprii, respectiv moduri proprii, în câmpul Number of Modes din caseta Additional <u>Info.</u> Salvarea modelului în forma finală într-un fișier cu extensia "mod" în fereastra **MSC/NASTRAN for Windows** este urmată de analiza și rezolvarea modelului monitorizate prin mesaje intermediare

(Start, Beginning Analysis, Beginning Solution, Link, Estimate time for Solution, Beginning Results Processing) în fereastra de informare **MSC/NASTRAN Manager**. În fereastra de dialog **Message Review** se evidențiază inexistența erorilor fatale și existența unei erori de atenționare și a patru mesaje de informare (0 Fatal Error(s), 1...Warning Messaage(s) și 4...Information Message(s)). Deși în mesajul de atenționare se evidențiază un element finit cu abaterea valorii unui factor de formă în afara domeniului admisibil, aceasta nefiind semnificativă, în urma încărcării fișierului cu date pentru postprocesare apare mesajul: DDE Completed (Ending Conversation with MSC/NASTRAN Results Reader...) ... Please Continue, care confirmă succesul rezolvării modelului.

A12.6. Postprocesarea rezultatelor

În tabelul A12.10 se prezintă succesiunea de vizualizare a frecvențelor naturale și a modurilor proprii corespunzătoare obținute. Pentru aceasta în fereastra **View Select** se selectează opțiunea de vizualizare în stare deformată sau animată (Deform sau Animate) și cea de reprezentare a câmpului (Contour) în casetele Deformed Style și, respectiv, Contour Style. În plus, în fereastra de dialog **Select Postprocessing Data** se selectează setul de date corespunzător frecvenței proprii, 1..Case1 Mode 4.861158, și vectorul deplasărilor totale, 1..Total Translation, în câmpurile listă Deformation și Contour din casetele Output Set și, respectiv, Output Vectors. În fig. A12.3 se prezintă zona casetei Output Set cu menționarea câmpului listă al seturilor de date asociate cu frecvențele naturale și a altor mesaje de informare privind problema și valorile extreme ale parametrului selectat. Succesiunea din acest tabel se repetă și pentru alte seturi de date (separate prin "/") și, de exemplu, pentru frecvențele 1, 3 și 6 rezultă imaginile, asociate modurilor proprii corespunzătoare, prezentate în tabelul A12.10

Vizualizarea sub formă de grafic a formelor proprii corespunzătoare punctelor muchiei drepte a jgeabului se realizează prin parcurgerea succesiunilor din tabelul A12.11. Selectarea nodurilor de pe latura dreaptă a modelului în grupul numit Grup1 (prima succesiune) se face în fereastra **Entity Selection - Enter Element(s) for Group** din cea de-a doua succesiune. Setarea modului de vizulizare sub formă de grafic se realizează în fereastra de dialog **View Select** prin activarea opțiuni XY vs <u>Position din caseta XY Style și prin anularea celorlalte tipuri de vizualizări dezactivând opțiunile None - Model Only în casetele Deformed Style și Contur Style. Graficul în planul XY, asociat deplasărilor totale (1...Total Translation) ale nodurilor grupului menționat, pentru primele 5 frecvențe proprii selectate succesiv în fereastra O<u>u</u>tput Set (separate de simbolul "/" în succesiunea a treia), este prezentat în prima figură din tabelul A12.11.</u>

201401 3 Et	Program	Analysis Type	Set Value
: Case 1 Mode 4 861158 Hz	- MSC/NASTRAN	Modes	4.86116
Case 1 Mode 4 861158 Hz			
Case 2 Mode 5.403735 Hz Case 3 Mode 8.296394 Hz	Туре	۱D	Value
Case 5 Mode 13.835231 Hz	Node Maxim	um 7	1.473448
Case 6 Mode 14.901526 Hz Case 7 Mode 18.836876 Hz	Minima	m 38	-0, T
Case 8 Mode 20.299862'Hz Case 9 Mode 22.857292 Hz	Node Maximi	um 7	1.473448
0Case 10 Mode 24.070974 Hz	Minimu	m 38	a

Fig. A12.3. Seturile de date corespunzătoare frecvențelor naturale

Analiza frecvențelor și modurilor proprii de vibrație ale structurilor de tip membrană 251



Cea de-a doua figură din tabelul A12.11, cu modurile de variație corespunzătoare celorlalte cinci frecvențe proprii se obține, similar, parcurgând din nou ultima succesiune din acest tabel, după ce în prealabil sau șters succesiv primele cinci curbe prin selectarea butonului asociat fiecăreia urmată de activarea butonului **Delete** în fereastra **Select XY Curve Data**.

l abelul A12	.12	
--------------	-----	--

Vizualizare parametri nodali			
Succesiune meniu-comandă-ferestre			
• <u>List → Output → Query</u> → Output Query Entity ☉ Node ID 46; <u>O</u> K.			

Valorile reacțiunilor din nodurile de rezemare de pe profilul locașului circular se pot evidenția în lista cu parametrii asociați acestora, care se obține cu ajutorul comenzii **Query...** din submeniul **Output** al meniului **List**. În fig.A12.4se prezintă lista cu parametrii asociați nodului 46, selectat în fereastra **Output Query** prin parcurgerea succesiunii cuprinsă în tabelul A12.12.

de 46		
Output Set 10 - Case 10 Mode 24.070974 Hz		
Output Vector 1 - Total Translation	=	9.
Output Vector 2 - T1 Translation	=	8.
Output Vector 3 - T2 Translation	=	8.
Output Vector 4 - T3 Translation		8.
Output Vector 5 - Total Rotation	=	0.
Output Vector 6 - R1 Rotation		8.
Output Vector 7 - R2 Rotation	#	0.
Output Vector 8 - R3 Rotation	=	8.
Output Vector 51 - Total Constraint Force	=	9470.98
Output Vector 52 - T1 Constraint Force	=	8889.04
Output Vector 53 - T2 Constraint Force		-2555.59
Output Vector 54 - T3 Constraint Force	=	4211.4
-		

Fig. A12.4. Parametrii asociati nodului 46

A12.7. Concluzii

În multe situații practice determinarea frecvențelor proprii și a modurilor de vibrație corespunzătoare ale elementelor sistemelor mecanice cu programe performante care au la bază MEF este unica variantă. Această posibilitate este implicată de formele geometrice complexe și de legăturile diverse ale acestor elemente cu alte părți ale ansamblului.

Datele obținute în urma analizei cu MEF a frecvențelor și modurilor de vibrație (frecvențe proprii, forme de vibrație, deplasări, tensiuni, reacțiuni etc.) sunt utile în activitatea de proiectare în vederea evitării funcționării sistemelor la rezonanță sau pot fi folosite ca date de intrare în analizele modale, de asemenea, cu programe performante MEF, pentru studiul comportării dinamice.

N