Aplicația nr. 10

ANALIZA STATICĂ A FLAMBAJULUI (STABILITĂȚII ELASTICE) STRUCTURILOR MECANICE

A10.1. Introducere

În practica sistemelor mecanice se întâlnesc frecvent situații când datorită formei, încărcărilor și legăturilor, elemente ale acestora devin instabile. Forma de cedare prin pierderea stabilității a elementelor sistemelor mecanice poate avea consecințe catastrofale asupra întregului sistem.

Decizia de a studia stabilitatea elastică cu programe performante care au la bază MEF, structurile elementelor sistemelor mecanice, de obicei, este luată de inginerul proiectant care în urma analizei preliminare intuiește posibilitatea pierderii stabilității.

A10.2. Scopul aplicației

Pârghia de acționare a antebrațului robotului industrial din fig. A10.1, când punctul caracteristic al elementului efector descrie spațiul de lucru, este posibil să fie solicitată la



Fig. A10.1. Robotul industrial de tip KUKA



Fig. A10.2. Forma și dimensiunile pârghiei de acționare

compresiune. Pentru evitarea cedării acestei pârghii prin pierderea stabilității, se face analiza cu programe performante MEF (MSC/NASTRAN sub Windows 2.0) care urmăreşte determinarea forțelor critice pentru diferite forme proprii de pierdere a stabilității structurii acesteia.

Forma și dimensiunile pârghiei de acționare menționată mai sus și executată din aliaj de aluminiu (duraluminiu) cu modulul de elasticitate, $E = 7,3 \cdot 10^4$ MPa, și coeficientul contracției transversale, v = 0,18, sunt prezentate în fig. A10.2.

A10.3. Întocmirea modelului de analiză

În figura A10.3 se prezintă modelul de analiză a stabilității elastice statice a structurii pârghiei de acționare. Deoarece, grosimea acesteia este constantă, problema de analiză este încadrată în starea plană de tensiuni.

Pentru realizarea unei acurateți mărite a simulării pierderii stabilității, ținând cont și de posibilitatea utilizării elementelor finite de tip Rigid, bolțurile se înlocuiesc cu câte un sistem de bare radiale. Condițiile limită impuse modelului permit rotirile în jurul axelor sistemelor de bare radiale considerate și țin cont de faptul că părghia de analizat este ghidată lateral în zonele de asamblare cu piesele de legătură (rotirile după axele X și Y din planul pârghiei sunt nule).



Fig. A10.3. Model de analiză a flambajului pârghiei de acționare

A10.4. Preprocesarea modelului de analiză

A10.4.1. Modelarea geometrică

Deoarece modelul de analiză are pe directia axei Z dimensiunea (grosimea) constantă, modelarea geometrică se realizează în planul de lucru XY (selectat implicit la lansarea pachetului de programe MSC/NASTRAN sub Windows). În plus, în vederea modelării cu elemente finite, automat, având la bază domenii mărginite de frontiere închise, este suficient, pentru modelarea geometrică, să se definească contururi închise de linii care stau la baza viitoarelor frontiere. Deci, pentru modelarea geometrică în varianta propusă sunt suficiente entităti de tip punct și linie.

În tabelul A10.1 se prezintă comanda **Point...**, din meniul **Create**, de obținere a entităților de tip punct prin introducerea coordonatelor acestora. Ultima succesiune

din acest tabel conduce la vizualizarea identificatorilor punctelor și la imaginea prezentată în tabelul A10.1.

Obținerea entităților de tip cerc cu ajutorul comenzii <u>Center...</u> din meniul <u>Create</u> este prezentată în tabelul A10.2. Acestei comenzi i se asociază ferestrele de introducere a coordonatelor centrului cercului (Locate-Enter Location at Center of Circle) și razei acestuia (Radius of Circle (Negative = Clockwise)). Aceste ferestre se repetă pentru cele patru cercuri, prezentate și în figura din acest tabel.

Linia dreptă care conține un punct: general anterior și este tangentă la un cerc înrtr-o zonă impusă se obține cu ajutorul comenzii. Point and <u>Tangent...</u> din submeniul <u>Line</u> al meniului <u>Create</u> (tabelul A10.3). În ferestrele acestei comenzi se introduc: cercul la care se duce tangenta (Line Thru a Point Tangent to a Curve), punctul din care se duce tangenta (On Point - Enter End Point of Tangent Line), și poziția tangentei față de centrul cercului prin coordonatele unui punct oarecare din această zonă (Locate - Enter Any Location On Side of Desired Tangent).

Generare entităti de tip punct Succesiuni meniu-comandă-ferestre Create → Point... → Locate - Enter Coordinates or Select with Cursor <u>X</u> 300.0/300.0; <u>Y</u> 0.0/-110.0; <u>Z</u> 0.0/0.0; $OK \rightarrow$ Locate - Enter Coordinates or Select with Cursor Cancel. • Ctrl+A. • <u>View</u> \rightarrow <u>Options...</u> \rightarrow View Options Options \downarrow Point; Label Mode \downarrow 1...ID; OK. Imaginea rezultată 1 + 2 +

Tabelul A10.2



221

Tabelul A10.1

 \oplus

ñ



Acesta succesiune se repeta pentru cele patru linii de tip cerc prezentate în figura din tabelul A10.3.

În tabelul A10.4 se prezintă comanda **Points...**, din submeniul **Line** al meniului **<u>C</u>reate**, de obținere a liniilor drepte prin două puncte. Cu ajutorul acestei comenzi

se generează câte două linii radiale în zonele bolturilor. Aceste linii sunt intersectate cu cercurile mici cu ajutorul comenzii **Trim...** (tabelul A10.5). În plus, cu această comandă se îndepărtează porțiunea din linia intersectată, indicată în fereastra **Trim Curve** prin selectarea cu mouse-ul a unei locații din această zonă. Ferestrele acestei comenzi se repetă pentru fiecare din liniile radiale generate anterior.

Fragmentarea liniilor obținute, în vederea creării frontierelor domeniilor pentru discretizare, se realizează cu ajutorul comenzii <u>Break...</u> din meniul <u>Modify</u>. Ferestrele de selectare a liniei (Entity Selection - Enter Curve(s) to Break) și a punctului de fragmentare (On Point - Enter Location to Break at) se repetă pentru toate perechile de identificatori separați prin simbolul "/" în tabelul A10.6.

Liniile de tip arc, care nu se folosesc pentru descrierea frontierelor subdomeniilor de discretizare se șterg cu ajutorul comenzii **Curve...** din meniul **Delete** (a doua succesiune din tabelul A10.6). Revizualizarea modelului în noua stare (figura din tabelul A10.6) se obține după execuția comenzii **Redraw** din meniul **View** (ultima succesiune).



Cancel.

Deoarece pârghia de actionare este o placă de grosime constantă, pentru analiza 223

Tabelul A10.8

Tabelul A10.9

 \odot

Setare schemă de discretizare

Entity Selection - Enter Curve(s) to Set

7 5,6/7,8/1,16,3,4,12,20/9,19/13,14,17,18

Mesh Size along a Curve

Entity Selection - Enter Curve(s) to Set

Mesh Size

View Options

Options Curve; Label Mode 0.. No Labels;

Imaginea rezultată

(selectare cu mouse-ul; fig. A10.3);

Number of Elements 10/15/3/6/1;

Bias 0.35/ 0.25/1/ 1/1; OK \rightarrow

• View \rightarrow Options... \rightarrow

Succesiuni meniu-comandă-ferestre

• Generate \rightarrow Mesh Size \rightarrow

Mesh Size

Along Curve... \rightarrow

 $OK \rightarrow$

Cancel.

OK.

۲

| Generare | proprietăți | element finit |
|----------|-------------|---------------|
|----------|-------------|---------------|

Succesiune meniu-comandă-ferestre

• <u>Create</u> \rightarrow <u>Property...</u> \rightarrow Define Property - PLATE Element Type <u>Title Placa</u>; Material \downarrow 1..Aluminiu; Property values: Thicknesses, Tavg or T<u>1</u>12; <u>OK</u> \rightarrow

Define Property - PLATE Element Type Cancel.

statică a stabilității, se adoptă elementul finit bidimensional de tip **Plate**. Personalizarea acestuia pentru pârghia analizată presupune activarea proprietăților materialului prin selectarea codului asociat (1..Aluminiu) din lista <u>Material</u> și prin introducerea valorii grosimii în câmpul Thicknesses, Tavg or T<u>1</u> din fetreastra **Define Property - PLATE Element Type** a comenzii **Property...** din meniul **Create**.

A10.4.2.3. Generarea structurii de elemente finite

În vederea obținerii structurii de elemente finite, prin discretizare, automat,

pe subdomenii, preliminar, se realizează o setare a pozițiilor nodurilor pe liniile care formează frontierele acestor subdomenii.

În tabelul A10.9 se prezintă comanda Along <u>Curve...</u> a submeniului Mesh <u>Size</u> din meniul <u>Generate</u> pentru setarea pozițiilor nodurilor pe entitățile de tip linie. Selectarea liniilor cu aceași setare în fereastra <u>Entity Selection - Enter Curve(s)</u> to Set Mesh Size este urmată de introducerea numărului de elemente finite de-a lungul acestor laturi (Number of <u>Elements</u>) și de factorul de finețe (<u>Bias</u>) în câmpurile din fereastra <u>Mesh Size</u> along a Curve. Aceste ferestre se repetă pentru 5 grupe de linii (subdomenii) care au identificatorii, în succesiunea din tabelul A10.9, separați de simbolul "/". Realizarea trecerilor fără salturi între zonele discretizate cu finețe mărită și cele cu finețe micșorată



Fig. A10.3. Identificatorii asociați liniilor modelului



s-a făcut prin considerarea factorului de finete cu valori diferite de 1.

Cele trei frontiere ale subdomeniilor de discretizare se obțin conform tabelului A10.10. În ferestrele comenzii **Define Boundary...** se introduc identificatorii liniilor care formează frontiera exterioară a subdomeniului (Entity Selection-Select Curve(s) or Closed Boundary), se confirmă inexistența găurilor în interior (MSC/NASTRAN for Windows) și se

| Generare noduri și elemente finite | | |
|--|--|--|
| Succesiuni meniu-comandă-ferestre | | |
| • <u>G</u> enerate → Boundary <u>M</u> esh → Entity Selection-Select Boundary(s) to Mesh | | |
| <u>Select All; OK</u> → Generate Boundary Mesh Property ↓ 1Placa; OK. | | |
| • <u>View</u> → <u>Options</u> → <u>View Options</u> | | |
| Options Rode, Label Mode 0No Labels, Options Element; Label Mode 0No Labels; OK . | | |
| • 🖼 → View Quick Options □ Point; □ Curve; □ Boundary; Do <u>n</u> e. | | |
| Imaginea rezultată | | |
| | | |

confirmă parametrii impliciți de generare a frontierei (Boundary Definition).

În tabelul A10.11 se prezintă succesiunile de generare a nodurilor și elementelor finite și de vizualizare a acestora. Comanda de discretizare, **Boundary Mesh...** din meniul **Generate**, pentru execuție, presupune selectarea frontierelor, în fereastra **Entity Selection-Select Boundary(s) to Mesh**, și a proprietății elementului finit (1...Placa) în fereastra **Generate Boundary Mesh**. Prin parcurgerea penultimei succesiuni din tabelul A10.11 se anulează vizualizarea identificatorilor nodurilor și elementelor finite. Pentru mai multă lizibilitate cu ultima succesiune se anulează vizualizarea entităților de tip punct, linie și frontieră.

Modelarea bolţurilor de rezemare a pârghiei se realizează cu elemente finite de tip **Rigid** conform succesiunilor din tabelul A10.12. Preliminar, generării acestor elemente finite se crează noduri în centrele bolţurilor cu ajutorul comenzii <u>Node...</u> prin introducerea coordonatelor acestora. Comanda <u>Element...</u> de generare elemente finite, și deci și a celor de tip Rigid, presupune introducerea identificatorilor nodului independent în câmpul Independent <u>Node</u>, ai nodurilor dependente în câmpurile Dependent No<u>d</u>es și setarea gradelor de libertate care asigură rigidizarea nodurilor dependente în raport cu nodul dependent prin activarea opțiunilor din caseta DOF. În figurile din tabelul A10.12 se prezintă zoom-uri ale zonelor cu elementele finite obținute.

A10.4.2.4. Introducerea condițiilor limită

În tabelul A10.13 se prezintă succesiunile de introducere a condițiilor limită, grupate în setul numit Reazem1 (prima succesiune), sub formă de grade de libertate anulate asociate unor noduri. Identificarea nodurilor și a gradelor de libertate anulate se face în ferestrele Enter Selection - Enter Node(s) to Select și, respectiv, Create Nodal

Tabelul A10.11



:

A10.4.2.5. Introducerea încărcărilor

În vederea analizei stabilității elastice a modelului cu elemente finite întocmit, încărcarea, sintetizată în setul numit Incarcare1 (prima succesiune din tabelul A10.13) se face cu forța concentrată de valoare unitară. Aceasta este introdusă în câmpul TX din fereastra **Create Nodal Loads** (a doua succesiune din tabelul A10.13) și acționează în nodul, din centrul bolțului cu restricții de deplasare mai puține, selectat în fereastra de dialog **Entity Selection-Enter Node(s) to Select**.

A10.4.3. Verificarea modelului cu elemente finite

Deoarece discretizarea în elemente finite a modelului geometric s-a făcut pe subdomenii este necesar să se identifice și să se unească nodurile, suprapuse, de pe laturile comune ale subdomeniilor modelului, în vederea obținerii continuității structurii de elemente finite la nivel nodal. Aceste operații se realizează cu ajutorul comenzii **Coincident Nodes...** din meniul **Check** (tabelul A10.14). În ferestrele acestei comenzi se selectează prin activarea butonului <u>Select AII</u> elementele finite ale structurii, se



activează opțiunea de unire a nodurilor suprapuse (Merge Coincident Entities) și se introduce valoarea maximă a distanței dintre nodurile considerate ca fiind suprapuse (Maximum Distance to Merge).

Verificarea suficinței condițiilor limită, cuprinse în setul Reazem1 și generat cu prima succesiune din tabelul A10.14, se realizează cu ajutorul comenzii **Constraints...** din meniul **Check** (a doua succesiune din tabelul A10.14). În lista de mesaje rezultată în urma execuției acestei comenzi se evidențiază valorile supraunitare ale factorilor asociați gradelor de libertate posibile, care indică suficiența restricțiilor impuse în vederea anulării mișcărilor cinematice ale structurii cu elemente finite de analizat.

Cu ajutorul comenzii **Distortion...** din meniul **Check** (ultima succesiune din tabelul A10.14) se verifică elementele finite din punct de vedere al formei prin testarea apartenenței valorilor parametrilor, care cuantifică abaterile de la forma ideală, intervalelor impuse în fereastra de dialog **Check Element Distortions**. Vizualizarea identificatorilor și valorilor parametrilor de formă asociați elementelor finite cu forme necorespunzătoare se face în zona de liste și mesaje a ferestrei principale. Dacă se evidențiază elemente finite cu abateri de la forma ideală, în afara intervalelor admisibile, este posibil ca rezultatele obținute în urma analizei să fie cu erori mărite sau chiar rezultatele analizei să fie nepostprocesabile.

A10.5. Rezolvarea modelului

În tabelul A10.15 se prezintă succesiunea pentru lansarea în execuție a modelului cu elemente finite și pentru încărcarea fișierelor în vederea postprocesării. Parametrii asociați modelului de analiză: tipul problemei (7..Buckling) și seturile de condiții limită (1..Reazem1) și de încărcare (1..Incarcare1) se selectează în fereastra MSC/NASTRAN Analysis Control. În plus, în această fereastră de dialog în câmpul Number of Eigenvalues din caseta Additional Info se introduce numărul de forme proprii de pierdere a stabilității structurii pentru care se vor reține date de ieșire.

Lansarea în execuție a modelului implică salvarea acestuia într-un fișier cu extensia "mod", în cazul când aceasta se face pentru prima dată, sau o salvare curentă, prin activarea butonului Yes din fereastra de dialog MSC/NASTRAN for Vizualizarea Windows. etapelor de rezolvare și existența erorilor se poate urmări în 🧠 fereastrele de dialog MSC/NASTRAN Manager şi, respectiv, Message Review. In cazul inexistentei erorilor fatale (0...Fatal Error(s)) se continuă analiza prin activarea butoanelor Continue, din fereastra Message Review, și Yes, din cea de-a doua fereastră MSC/NASTRAN for Windows, astfel confirmându-se încărcarea fișierelor în vederea postprocesării. Această operație

Tabelul A10.15

| Analiza model cu elemente finite | | |
|--|--|--|
| Succesiuni meniu-comandă-ferestre | | |
| • File → Analyze → MSC/NASTRAN Analysis Control | | |
| Analysis Type \downarrow 7Buckling, | | |
| Loads \downarrow 1incarcare1, | | |
| Constraints ↓1Reazem1; | | |
| Additional Info: Number of Eigenvalues 5; | | |
| $OK \rightarrow$ | | |
| MSC/NASTRAN for Windows OK to Save Model Now? | | |
| Yes → | | |
| MSC/NASTRAN Manager | | |
| | | |
| Message Review | | |
| | | |
| MSC/NASTRAN for Windows | | |
| OK to Begin Reading File | | |
| MSCN4W20\l500.xdb? Yes. | | |

este urmată de apariția în zona de liste și mesaje a ferestrei principale a mesajului: "Ending Conversation with MSC/NASTRAN Results Reader...) ... Please Continue.", care indică succesul analizei și posibilitatea continuării studiului.

Dacă în fereastra de mesaje **Message Review** se evidențiază existența erorilor fatale se consultă lista asociată, prin activarea butonului **Show Details**, se întrerupe analiza și se modifică sau se reface modelul cu elemente finite. Se recomandă ca și în cazul existenței erorilor de avertizare (warning messages) să se consulte lista explicită a mesajelor, deoarece, și în acest caz, este posibil ca rezultatele obținute să nu fie postprocesabile.

A10.6. Postprocesarea rezultatelor

În figura A10.4 se prezintă câmpul listă al seturilor de date obținute în urma analizei efectuate. Codul alfanumeric asociat unui set de date este compus din numărul setului de date, cuvântul Eigenvalue, numărul formei proprii și factorul asociat forței critice de flambaj.

Forța critică de flambaj asociată unei forme proprii de pierdere a stabilității se calculează cu relația

$$\mathsf{F}_{\mathsf{c}\mathsf{i}} = \frac{\mathsf{F}_{\mathsf{i}}}{\mathsf{F}_{\mathsf{o}}},\tag{A10.1}$$

în care F_i este factorul forței critice din codul asociat setului de date i și F_0 este forța concentrată care încarcă structura de analizat. Pentru pârghia analizată în această aplicație, deoarece încărcarea $F_0 = 1$ N, forțele critice de flambaj sunt egale cu factorii asociați forțelor critice de flambaj. Astfel, rezultă următoarele valori ale forțelor critice de

Analiza statică a flambajului (stabilității elastice) structurilor mecanice



229

flambaj: $F_{c1} = 20885,477 \text{ N}, F_{c2} = 61429,246 \text{ N}, F_{c3} = 119746,094 \text{ N}, F_{c4} = 192373,062$ și $F_{c5} = 281773,125 \text{ N}.$

În tabelul A10.16 se prezintă succesiunile care conduc la vizualizarea celor cinci forme proprii de pierdere a stabilității elastice a structurii pârghiei analizate. Prima succesiune conduce la vizualizarea izometrică a structurii de elemente finite. Cea de-a doua succesiune conduce la vizualizarea structurii în stare deformată sau animată consecință a activării opțiunii <u>D</u>eform sau, respectiv, Ani<u>mate în caseta Deformed Style</u> din fereastra View Select. În figurile din tabelul A10.16 se prezintă stările deformate conform formelor geometrice de pierdere a stabilității structurii, considerând active deplasările totale prin selectarea opțiunii 1...Total Translation din câmpul de texte Deformation din caseta Output Vectors a ferestrei de dialog Select Postprocessing Data.

A10.7. Concluzii

Determinarea forțelor critice de flambaj și a formelor proprii de pierdere a stabilității elastice a structurilor elementelor sistemelor mecanice utilizând programe performante care au la bază MEF este o etapă importantă în proiectarea formei și a dimensiunilor acestora. Modelele cu elemente finite, încărcările și condițiile limită asociate acestora pentru analiza stabilității elastice au specificități legate de tipul problemei și uneori chiar de tipul programului performant utilizat.