# Aplicația AEF-A.1.2

## **CUVINTE CHEIE**

Analiza statică liniară, Model geometric plan, Starea plană de tensiuni, Material liniar, Element finit 2D, Element finit liniar, Element finit parabolic, Element de mașină, Verificare cu modele clasice, Bară încastrată, Singularități

CUPRINS							
A.	DESCRIEREA PROBLEMEI						
B.	MODELUL DE AEF						
C.	PREPROCESAREA MODELULUI DE AEF						
D.	REZOLVAREA MODELULUI DE AEF						
E.	POSTPROCESAREA REZULTATELOR						
F.	ANALIZA REZULTATELOR						
G.	CONCLUZII						

# A. DESCRIEREA PROBLEMEI

#### A.1 Introducere

În multe situații de instruire în vederea rezolvării de probleme de AEF, mai ales, ca *începător sau la inițierea în vederea folosirii unei noi platforme* de AEF, se recomandă rezolvarea *unor probleme simple care se reduc la modele clasice* cu soluții analitice cunoscute dar și prin evidențierea *situațiilor extreme nerecomandate* (de ex. singularități) în aplicațiile practice curente.

*Obiectivul principal* al acestei aplicații presupune dezvoltarea unei AEF pentru o structură de tip bară plană încastrată pe un contur, compararea rezultatelor cu cele clasice analitice și evidențierea efectelor singularităților implicate de *cazurile teoretice* de concentrare a tensiunilor în zonele de *racordare cu raze nule* și în zonele de acțiune a *forțelor concentrate pe suprafețe reduse la un punct sau o linie*.

#### A.2 Descrierea aplicației

În structura dispozitivului de susținere de mai jos, elementul elastic de rezemare 1, poziționat ferm în corpul 2 prin riglele 4 și șuruburile 5, trebuie să asigure o deplasare impusă sub acțiunea forței de apăsare F, dezvoltată de patina 3, și să revină la starea inițială după anularea acesteia.



În cazul acestei aplicații se impune *analiza câmpurilor de deplasări, deformații și tensiuni* din elementul de rezemare 1 executat din oțel C55 și cu următoarele dimensiuni: L=100, h = 10 mm, g = 10 mm, a = 50 mm, b

= 20 mm. În urma analizei structurii pornind de la faptul că elementul 1 are grosime constantă redusă și încărcarea cu F = 1000 N se produce uniform pe lățime se evidențiază încadrarea problemei în *starea plană de tensiuni* (tensiunile sunt invariabile pe grosime) și, deci, analiza cu elemente finite se va face cu personalizări pentru acest caz. În plus, față de analiza din aplicația AEF-a.1.1 se vor studia efectele concentrării tensiunilor în zonele de racordare cu rază R și de acțiune a forțelor de tip "ac" (în punct) sau "cuțit" (pe linie).

# **B. MODELUL DE AEF**

# **B.1 Definirea modelului**

În vederea comparării rezultatelor obținute prin analiza cu elemente finite cu modelul clasic de rezolvare bazat pe metodele rezistenței materialelor (grindă încastrată) se adoptă cel mai simplificat model posibil care presupune:

- formă geometrică simplă,
- adoptarea constrângerilor rezistenței materialelor (încastrare),
- încărcarea cu forță concentrată,
- comportare liniară a materialului.

# B.2 Descrierea modelului de analiză

Deoarece structura este încadrabilă în starea plană de tensiuni pentru AEF aceasta se poate modela în plan, considerând forma geometrică dreptunghiulară cu lungimea 100 mm și lățimea 10 mm, cu elemente finite 2D. Constrângerile geometrice care presupun anularea deplasărilor de translație și a rotirilor în raport cu axele X, Y și, respectiv, Z se aplică punctelor de pe muchia poziționată pe axa Y. Încărcarea modelului se face cu forța concentrată F = 1000 N în colțul extrem superior.



Pentru AEF caracteristicile de rezistență ale materialului C55, sunt:

- modulul de elasticitate longitudinală,  $E = 210000 \text{ N/mm}^2$ ;
- coeficientul contracției transversale (Poisson), v = 0,3.

Temperatura medie de lucru a subansamblului,  $T_0 = 20^{\circ} C$ .

# C. PREPROCESAREA MODELULUI DE AEF









## D. REZOLVAREA MODELULUI DE AEF

D.1 Selectarea rezultatelor								
Selectarea deplasărilor totale								
$\Theta \rightarrow Outline \rightarrow \Box = 0$ Solution (A6) $\rightarrow \Box = 0$ Deformation $\rightarrow \Box = 0$ Total								
<u>Selectarea tensiunii echivalente</u>								
$ \square \square / $								
<u>Selectarea erorii structurale</u>								
$ [ \doteq - \sqrt{6}]$ Solution (A6) $ \rightarrow $ $ [ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \$								
<u>Selectarea câmpului tensiunii echivalente după o linie de la baza racordării (fig. a)</u>								
Generarea Liniei 1: 🙆 Model (A4) $\rightarrow$ $\downarrow^{\textcircled{Path}} \rightarrow$ $\downarrow^{\textcircled{Path}} \rightarrow$ Details of "Path", $\Box$ Start:								
Start X Coordinate, [se introduce valoarea, 5]; Start Y Coordinate, [se introduce valoarea, 5], (coordonatele								
punctului de la baza racordării superioare, fig. a) $\rightarrow \frac{\text{End X Coordinate}}{\text{Sourdinate}}$ , [se introduce valoarea, 5];								
End Y Coordinate [se introduce valoarea, -5] (coordonatele punctului de la baza racordării inferiore, fig. b).								
Selectarea câmpului tensiunii echivalente după Linia 1:								
ے 🗁 🕹 Details of "Equivalent Stress 🛛 ج کے 🖓 Equivalent (von-Mises) 🚽 Details of "Equivalent Stress 2" ج								
ا علم العلم (se selectează din listă الج, الع <mark>th ]; Path</mark> , [se selectează din listă الع, ا∎Path]; ال								
<u>Selectarea câmpului tensiunii echivalente după Linia 1 (fig. b)</u>								
Generarea Liniei 2: 🙆 Model (A4) $\rightarrow \downarrow^{\textcircled{Path}}$ Construction Geometry $\rightarrow \downarrow$ $\overset{\frown}{}^{Path} \rightarrow Details of "Path", \Box Start:$								
Start X Coordinate, [se introduce valoarea, 100]; Start Y Coordinate, [se introduce valoarea, 5], (coordonatele								
punctului superior, fig. b) $\rightarrow \frac{\text{End X Coordinate}}{\text{End Y Coordinate}}$ , [se introduce valoarea, 100]; $\frac{\text{End Y Coordinate}}{\text{End Y Coordinate}}$ [se introduce								
valoarea, -5]; (coordonatele punctului inferior, fig. b).								
Selectarea câmpului tensiunii echivalente după Linia 2:								
ے 🔄 👾 🚱 Solution (A6) 👝 کے 🧐 Stress 🛛 🗛 کے 🖓 Equivalent (von-Mises) 🚽 Details of "Equivalent Stress 3" 🛶								
L∃ <b>Scope</b> : الع Scoping Method , [se selectează din listă cu الع الم Path ]; Path , [se selectează din listă cu الع الح,								
_Path 2 ].								
<u>Selectarea câmpului erorii structurale după Linia 1 (fig. a)</u>								
$ \square \boxtimes \mathbb{S}_{2} $								



# E. POSTPROCESAREA REZULTATELOR







## F. ANALIZA REZULTATELOR

## F.1 Sinteza rezultatelor analizelor

Pentru a evidenția aspecte legate de precizia rezultatelor și convergenței soluției s-au realizat analize considerând pentru modelare elemente finite liniare (fără noduri intermediare pe laturi) și neliniare (cu noduri intermediare pe laturi), cu două forme (triunghiular și patrulater) și cu patru dimensiuni fiecare. Rezultatele sunt sintetizate în tabelul și graficele de mai jos. În subcap. E sunt prezentate rezultatele pentru cazurile elementului finit liniar, triunghiular și patrulater, cu dimensiunea de 2mm (analizele II și VI din tabel).

Tab. a											
Codul analizei	Dimensiuna elementului finit	Numărul de nodurii	Numărul de elemente finite	Deplasarea totală maximă	(Linia 1)		(Linia 2)				
					Tensiunea	Eroarea	Tensiunea	Eroarea			
					echivalentă	structurală	echivalentă	structurală			
Elemente finit triunghiular liniar (fără noduri intermediare pe laturi, EL3L)											
Ι	4	194	284	1,447	527,48	2,619	53,26	0,105			
II	2	422	664	1,74	495,54	0,758	96,451	0,098			
III	1	1186	2034	1,958	500,08	0,606	176,53	0,087			
IV	0,5	4210	774,6	2,026	628,65	0,081	302,03	0,052			



În urma analizei rezultatelor obținute ca urmare a modelării și AEF (subcap. E) și a folosirii relațiilor de calcul clasice (aplicația AEF-A.1.1, subcap. F.1) obținute în condițiile ipotezelor rezistenței materialelor se evidențiază următoarele:

Deplasarea totală maximă pentru cazul elementului finit triunghiular liniar cu dimensiuni mari (4, 1 mm) are valori (1,447 şi respectiv 1,74 mm conform liniilor I şi II din tab. a şi subcap. E.1, fig. a) cu abateri mari (-27,65%; -13%) față de valoarea (2 mm) obținută din modelul teoretic analitic (aplicația AEF-A.1.1, subcap. F.1).

- *Tensiunea echivalentă maximă în zona de racordare cu concentrator de tensiune* (vizualizată după o linie transversală în zona de racordare) pentru elementul finit triunghiular liniar (EF31) cu dimensiuni mari (4,

2, 1 mm) are valori (527,48; 495,54 și respectiv 500,08 MPa conform liniilor I, II și III din tabel, graficului din fig. a și subcap. E.3.1, fig. a) cu abateri mari (-18,84%; -28,37%; -23,06%) față de valoarea tensiunii echivalente maxime de convergență (aprox. 650 MPa, fig. a); în cazul celorlalte analize (cazurile I și II) – cu dimensiuni mari (4, 2 mm) se observă în fig. a abateri mult mai reduse (< 9%) ale valorilor tensiunii echivalente maxime raportat la valoarea tensiunii echivalente maximă de convergență (aprox. 650 MPa, fig. a).

Tensiunea echivalentă maximă în zona de cap a barei (vizualizată după linia de acțiune a forței) are valori mici (< 300MPa, fig. b), pentru dimensiuni mari (4, 2 mm) ale elementelor finite, și are valori mult mărite (>300MPa, fig. b); valoarea tensiunii echivalente crește exponențial (fig. b) cu mărirea fineței de discretizare (dimensiuni ale EF < 0,5 mm) fapt ce evidențiază efectul de *singularitate a tensiunii* consecință a încărcării cu forță concentrată - situație teoretică în care rezultă valori mult mărite ale tensiunii în jurul punctului de acțiune a forței (tensiunile din această zonă nu se iau în considerare la proiectare).

#### F.2 Analiza convergenței și preciziei

În urma analizei valorilor tensiunilor erorilor structurale (tab. a, fig. c, d) se evidențiază următoarele:

- În fig. c, tab. a, dar și în subcap. E.4.1, fig. a se evidențiază variația erorii structurale cu creșterea fineței de discretizare. *Valorile mărite ale erorii structurale* (> 0,5 mJ) pentru elementul finit triunghiular liniar (EF3L) cu dimensiuni mărite (> 1 mm) în corelație cu variația tensiunii echivalente din fig. a evidențiază și pe această cale *abaterile mărite ale tensiunilor* de la valoarea cvasireală (aprox. 650 MPa, fig. a). În cazul celorlalte elemente finite (EF4L, EF4N și EF3N) se observă valori reduse ale erorii structurale (< 0,16 mJ) și pentru dimensiuni ale elementelor finite mari (4, 2 mm) care scad, în corelație cu creșterea (convergența) tensiunilor echivalente (fig. a), odată cu creșterea fineței de discretizare (scăderea dimensiunii elementului finit).
- În fig. d se observă valori reduse ale erorii structurale (< 0,6 mJ, pentru EF3N) și variații descrescătoare ale acestora fapt ce nu este în corelație cu creșterea exponențială a tensiunilor maxime (fig. b) evidențiind și în acest fel singularitatea (neconvergența) tensiunii.
- În fig. a se evidențiază tensiunea echivalentă cvasiexactă (aprox. 650 MPa, fig. a) ca urmare a convergenței soluției (apropierea asimptotic de o valoare cvasiexactă pentru elemente finite cu forme diferite pe măsură ce crește finețea de discretizare (scade dimensiunea EF)).

## G. CONCLUZII

Modelarea și analiza cu elemente finite din această lucrare s-au realizat mai mult *cu scop didactic didactic* urmărind, pe de-o parte, *inițierea utilizatorului* cu etapele principale de dezvoltare a unei aplicații de AEF în ANSYS Workbench și, pe de altă parte, compararea și evaluarea rezultatelor obținute în urma AEF cu *diferite forme și dimensiuni de elemente finite*.

Modelul de AEF adoptat conduce la *abateri grosiere de la soluția cvsiexactă pentru elementul finit triunghiular* liniar spre deosebire de modelul cu *element finit patrulater care evidențiază o convergență cu abateri mult reduse*.

Analiza rezultatelor, în special, a tensiunilor, pentru *discretizări cu finețe mărită*, evidențiază că *în zona cu singularitate a tensiunii* (punctul de aplicație a forței concentrate), deși *eroarea structurală scade* la valori admisibile ce ar evidenția o precizie bună, *valorile tensiunilor nu converg* către valoarea cvsiexactă, ci cresc neasimptotic (valori care nu au corespondent în realitate).

Modelul de AEF studiat în această lucrare este *eficient din punct de vedere al posibilităților de modelare oferite de platforma ANSYS*, cu precădere, pentru *elementul finit patrulater* care asigură convergență bună în zona cu racordare (concentrator de tensiune, caz real) și conduce la erori mărite, neconvergență ale soluției pentru zona de acțiune a forței este concentrată într-un punct (caz teoretic), caz nerecomandat în practica de proiectare ce se poate evită prin considerarea forței distribuită pe o linie situație mult apropiată de realitate.